KMÜ Sosyal ve Ekonomik Araştırmalar Dergisi 16 (Özel Sayı I): 176-180, 2014
ISSN: 2147 - 7833, www.kmu.edu.tr

Organize Suç Örgütleri Yapısına Antimatroit Tabanlı Kooperatif Oyun Teorik Yaklaşım

Murat BEŞER
İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi İktisat Bölümü, İstanbul

Özet

Bu çalışmada organize suç örgütlerinin hiyerarşik yapısı oyun teorik yaklaşım ile ifade edilerek, matematiksel bir problem olarak ele alınacaktır. Elde edilen gelirin organizasyon içinde optimal şekilde bölüşümü veren nukleolus vektörü tanıtılacaktır. Nukleolus vektöründen sapma, organizasyonun dejenerasyonu olarak yorumlanacaktır.

Anahtar Kelimeler: Organize suç örgütü, oyun teorisi, nukleolus

Antimatroit Based Cooperative Game Theory Approach to the Organized Criminal Enterprise Structure

Abstract

In this work hierarchical structure of the organized criminal enterprise will be represented with the game theoretic approach and will be dealt as a mathematical problem.Nucleolus vector which reveals the optimal distribution of the income in the organization will be introduced. Deviation from the nucleolous vector will be interpreted as the degenaration criterion.

Key Words: Organized criminal enterprise, game theory, nucleolus

Giriş

Klasik anlamda suç olgusuna dair yaklaşımlar genellikle sosyal bilimler temelli olarak karşımıza çıkmakta ve sosyoloji, siyaset, ekonomi, psikoloji ve hukuk alanları ile sınırlandırılmaktadır. Ancak günümüzde pozitif bilimlerden faydalanmadan sosyal olgular hakkında fikir sahibi olmak isteyen araştırmacılar için genel resmin tam olarak görülmesinin imkânsız olduğu açıktır. Örneğin genetik araştırmalar sayesinde şiddet eğiliminin kalıtsal bir özellik olarak ortaya çıktığının ispatı göz önünde bulundurulmadan suça salt sosyolojik bir vaka olarak bakılması, sonuca dair saptamaların büyük oranda hatalı olmasına sebebiyet verecektir. Diğer bir örnek olarak terör ya da suç organizasyonları ile mücadelede dinamik analiz, ağ analizi, oyun teorisi, optimal kontrol, istatistik gibi matematiksel yöntemlerin kullanılmaması, bu tip organizasyonlarla etkin şekilde mücadele edilmesi imkanından mahrum kalınmasına sebep olacaktır.

Klasik işbirliğine dayalı oyun teorisi oyuncu kümesindeki her oyuncunun birbirleri ile özdeş olduğu ve aralarında yapacakları işbirlikleri üzerinde herhangi bir kısıtlamanın olmadığı varsayımını kabul eder. Ancak gerçek hayatta oyuncular arasında asimetrinin varlığı (Örn: Politik güç olarak devletlerin birbirlerinden farklı olması) ve iletişim serbestliklerinin bulunmaması (Örn: Organizasyonlar içinde oyuncuların üst hiyerarşiden bağımsız olarak karar alıcı yetkiye sahip olmaması) işbirliğine dayalı oyun teorisinin bu durumlar için yeniden tanımlanmasını gerekli kılmıştır.

Organize suç örgütlerinin temel karakteristik özelliklerinden birinin statik bir iç hiyerarşik yapıya sahip olması bu tarz yapılara işbirliğine dayalı kısıtlanmış oyun teorik olarak yaklaşabilme olanağı sağlamaktadır. Bu noktada karşımıza iki tip modelleme şekli çıkacaktır. Gilles, Owen ve van den Brink (1992), Derks ve Gilles (1995) ve Brink ve Gilles (1996) tarafından geliştirilen *conjunctive* yaklaşım oyuncunun gerçekleştireceği işbirliğinin bağlı olduğu hiyerarşinin tümünün onayı ile ilişkili olduğunu ifade ederken, van den Brink (1997), Gilles ve Owen (1999)'un ortaya koyduğu *disjunctive* yaklaşım gerçekleştirilecek işbirliğinin oyuncunun bağlı olduğu hiyerarşiden en az bir oyuncunun onayı ile oluşabileceğini söylemektedir. Bu çalışmada organize suç örgütlerinin hiyerarşisinde *disjunctive* özelliğin geçerli olduğu varsayılacaktır.

$N = \{1, \cdots, n\}$ sabit sayılı oyuncu kümesi, $\mathcal{P}(N) = \{S \mid S \subseteq N\}$ bu kümeye ait güç kümesi ve

$v(\{\varnothing\})=0$ şartını sağlayan $v:\mathcal{P}(N)\rightarrow\mathbb{R}$ karakteristik dönüşümü için (N,v) sıralı ikilisine faydanın transfer edilebildiği (TU- *transferable games*) işbirliği yaklaşımlı oyun denir ve bu oyunların oluşturmuş olduğu vektör uzayı G^N ile gösterilir. Her $S\in\mathcal{P}(N)\setminus\{\varnothing\}$ oyun içindeki aktörlerin kendi aralarında kurmuş olduğu koalisyonu, $v(S)$ değeri ise bu koalisyonun yapmış olduğu işbirliği sayesinde elde etmiş olduğu faydayı gösterir (bu parasal olduğu gibi, işbirliği sayesinde maliyet düşürücü politikalar da olabilir). Rasyonel aktörler varsayımı altında, örneğin $i\in S$ aktörünün koalisyon içinde olmasını sağlayan en önemli husus $\pi_i(v(S))=x_i$ [1] şeklinde göstereceğimiz, koalisyon gelirinin i. aktöre düşen payının, aktörün tek başına kazancından yüksek/eşit olmasıdır. Diğer bir ifade ile $v(\{i\})\leq x_i$ şeklinde gösterebiliriz. $v\in G^N$ için imputasyon kümesi $I(N,v)$ ***a)*** $\sum_{i\in N}\pi_i(v(N))=v(N)$, ***b)*** $v(\{i\})\leq x_i$ şartlarını sağlayan vektörler kümesidir.

$x\in I(N,v)$ imputasyon kümesinin elemanı için $e^v(S,x)=v(S)-x(S)$ değeri *artık* olarak adlandırılır. Bu değerin pozitif olması alt koalisyon elemanlarının üst koalisyondan çekilmesine sebep olurken, negatif olması alt koalisyon elemanlarının kazançlarının ana koalisyonda daha fazla olması sebebi ile alt koalisyondan ayrılmaları ile sonuçlanacaktır. $e^v(x)\in\mathbb{R}^{|\mathcal{P}(N)|-2}$ boyutlu vektör uzayına ait olduğu açıktır. $\mathrm{Per}:\mathbb{R}^{|\mathcal{P}(N)|-2}\rightarrow\mathbb{R}^{|\mathcal{P}(N)|-2}$ permütasyon dönüşümünü, $e^v(x)\in\mathbb{R}^{|\mathcal{P}(N)|-2}$ vektörünün koordinatlarını artan şekilde sıralayacak biçimde tanımlayalım. Bu sayede vektörler leksiografik sıralama denilen sıralama ile mukayese edebilme olanağı doğmaktadır. Bu sıralama yardımı ile Schmeidler'in tanımladığı tek nokta çözümü olan nukleolus çözümü

$$\mathrm{Nc}(N,v)=\{x\in I(N,v):\nexists y\in I(N,v):e(y)\succ_{leks}e(x)\}$$

elde edilmiş olunur (Schmeiedler, 1969:1163). Bu çözüm mevcut koalisyon içinde elde edilen faydanın bileşenler arasında en optimal şekilde paylaşımını veren çözüm yöntemidir.

$\lambda:\mathcal{P}(N)\setminus\{\varnothing\}\rightarrow\mathbb{R}_+$ dönüşümü $e^S(i)=\begin{cases}1: i\in S\\0: i\notin S\end{cases}$ için $\sum_{S\in\mathcal{P}(N)\setminus\{\varnothing\}}\lambda(S)e^S=e^N$ şartını sağlarsa *dengelenmiş dönüşüm* olarak adlandırılır. Her dengelenmiş $\lambda:\mathcal{P}(N)\setminus\{\varnothing\}\rightarrow\mathbb{R}_+$ dönüşümü için $v\in G^N$ oyunu $\sum_{S\in\mathcal{P}(N)\setminus\{\varnothing\}}\lambda(S)v(S)\leq v(N)$ şartını sağlıyorsa *dengelenmiş oyun* denir. $B=\{S_1,\cdots,S_m\}$ kümesi $\lambda_j^B\in\mathbb{R}_+$ için $\sum_{j=1}^{m}\lambda_j^B e^{S_j}=e^N$ eşitliğini tek noktada sağlıyorsa dengelenmiş alt kümeler ailesi denir.

$x\in\mathrm{Nc}(N,v)$ için $e^*(N,v)=\min_{\{F\in\mathcal{P}(N)\setminus\{\varnothing\}\}}-e^v(F,x)$ eşitliği tanımlansın. $e^*(N,v)\geq 0$ ve $\mathcal{B}$ dengelenmiş tüm alt kümeler aileleri için

$$e^*(N,v)=\min_{B\in\mathcal{B}}\frac{v(N)-\sum_{j=1}^{m}\lambda_j^B v(S_j)}{\sum_{j=1}^{m}\lambda_j^B}$$

eşitliği sağlanır.

1. İzin Yapısı ve Antimatroit

İzin yapısı (permission structure), $S:N\rightarrow\mathcal{P}(N)$ şeklinde ifade edilen ve her $i\in N$ için bu oyuncunun bir alt hiyerarşisinde olan oyuncular kümesini veren refleksif olmayan ($i\notin S(i)$) dönüşümdür. Bu ifadeyi $j\in S(i)$ için $i\ \mathrm{dom}_S\ j$ şeklinde gösterir ve i oyuncusu j oyuncusuna doğrudan bağlı ve hiyerarşik üstündür olarak yorumlarız. $S^{-1}(i)=\{k\in N:i\in S(k)\}$ kümesi, i oyuncusunun altında olduğu hiyerarşiyi göstermektedir. S izin yapısı dönüşümü ve $i\in N$ oyuncusu için bu oyuncuyu başlangıç noktası alan tam sıralı oyuncu kümesi

$$\hat{S}(i)=\left\{\begin{matrix}j\in N\,|\,h_{k+1}\in S(h_k),k\in\{1,\cdots,h_{l-1}\}\\ h_1=i,h_l=j\end{matrix}\right\}$$

ile gösterilir. $i\in N$ oyuncusunu sonuç noktası alan tam sıralı oyuncu kümesi $\hat{S}^{-1}(i)=\{j\in N\,|\,i\in\hat{S}(j)\}$ şeklindedir (Gilles ve Owen,1999:4)

Tanım 1.1: $N=\{1,\cdots,n\}$ oyuncu üzerinde tanımlı S izin yapısı dönüşümünün hiyerarşik olması için aşağıdaki şartları sağlaması gerekmektedir.(van den Brink, 1997: 29)

- Her $i\in N$ için $i\notin\hat{S}(i)$ (devirli olmama durumu)
- $\hat{S}(i)=N\setminus\{i\}$ şartını sağlayan $i\in N$ oyuncusunun varlığı.

Veri hiyerarşik yapı için $S^{-1}(i)=\varnothing$ özelliğini sağlayan tek oyuncu varsa,

S izin yapısı kesin hiyerarşiye sahiptir denir. Tüm hiyerarşik izin yapısına sahip dönüşümlerin kümesi Γ_H^N şeklindegösterilir.

$$\Psi_S=\{E\subseteq N\,|\,\forall i\in E, S^{-1}(i)\neq\varnothing \text{ için } S^{-1}(i)\cap E\neq\varnothing\}$$

kümesi *disjunctive* izin yapılı koalisyonları göstermektedir (Algaba, 2004: 2). $S^{-1}(i)\subseteq E$ şartının geçerli olmaması, $i\in N$ oyuncusunun diğer oyuncular ile yapacağı işbirliği için üstündeki hiyerarşinin bütününe bağlı olmadığını

[1] $\sum_{i\in S\subseteq N}\pi_i(v(S))=v(S)$

göstermektedir. $E \in \mathcal{P}(N)$ için bu koalisyonun *disjunctive* kısmı $\pi(E) = \bigcup_{F \in \mathcal{P}(E)} F$ şeklinde gösterilir.

Tanım 1.2: $E \in \mathcal{P}(N)$ koalisyonu için $F \in \mathcal{P}(N)$ koalisyonu aşağıdaki özellikleri sağlıyorsa S devirli olmayan izin yapısında *authorizing* küme olarak adlandırılır. (Gilles ve Owen,1999:6)

- $F \in \Psi_S$ ve $E \subseteq F$
- $\nexists G \in \Psi_S : E \subset G \subsetneq F$

$E \in \mathcal{P}(N)$ koalisyonunun S izin yapısı için tanımlanan tüm *authorizing* kümeleri $\mathcal{U}_S(E) \subset \Psi_S$ şeklinde tanımlanır.

$N = \{1, \cdots, n\}$ sınırlı kümesi verilsin. $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(N)$ alt kümeler ailesinin oluşturduğu küme sistemi $(N, \mathcal{F})$ şeklinde gösterilir. Bu küme sisteminde $N = \bigcup_{S \in \mathcal{F}} S$ eşitliği geçerli ise normal küme sistemi olarak adlandırılır.

Tanım 1.3: $(N, \mathcal{F})$ küme sistemi aşağıdaki şartları sağlarsa antimatroit olarak tanımlanır. (Bilbao, 2003: 23)

- $\varnothing \in \mathcal{F}$
- $\forall S, T \in \mathcal{F} \Rightarrow S \bigcup T \in \mathcal{F}$ (birleşim altında kapalıdır)
- $T \in \mathcal{F} \setminus \{\varnothing\}$ için $\exists i \in T : T \setminus \{i\} \in \mathcal{F}$
- $(N, \mathcal{F})$ küme sistemi normal ise $\forall i \in N$ için $\exists E \in \mathcal{F} : i \in E$

Yukarıda $\Psi_S = \{E \subseteq N \mid \forall i \in E, S^{-1}(i) \neq \varnothing \text{ için } S^{-1}(i) \bigcap E \neq \varnothing\}$ şeklinde tanımlanan *disjunctive* izin yapılı koalisyonları gösteren küme antimatroit yapılı olduğu açıktır.

2. Antimatroit Yapılar Üzerinde Tanımlı Oyunlar

$v \in G^N$ ve $\mathcal{F} \in \Gamma_H^N$ için $(N, v, \mathcal{F})$ ifadesi antimatroit yapı üzerinde tanımlanmış hiyerarşik oyun olarak tanımlanır. Bu oyunların (N, v) oyunlarından farkı v dönüşümünün sadece $F \in \mathcal{F}$ değerleri için tanımlı olması, $E \notin \mathcal{F}$ için yani veri hiyerarşi sistemi içinde gerçekleşmesi imkânsız koalisyonlar için tanımının olmaması olarak karşımıza çıkar.

Tanım 2.1: $(N, v, \mathcal{F})$ antimatroit yapı üzerinde tanımlı oyun için $\Theta_{\mathcal{F}} : \mathcal{P}(N) \to \Gamma_H^N$ dönüşümünün görüntü kümesi antimatroit bir küme sistemi olmak üzere $\Theta_{\mathcal{F}}(F) = \bigcup_{\{E \in \mathcal{F} : E \subset F\}} E$ şeklinde tanımlanmaktadır.

Yukarıdaki ifade veri hiyerarşik sistem içinde uygun olmayan her koalisyonun, kapsadığı antimatroit elemanların birleşimi olarak ifade eden dönüşümdür. Bu tanım sayesinde v oyunu altında $\mathcal{P}(N)$'nin her elemanı için bir değeri aşağıdaki şekilde tanımlayabiliriz. (van den Brink vd., 2011: 178,179)

$$r_{v,\mathcal{F}}(F) = v(\Theta_{\mathcal{F}}(F))$$

3. Nukleolus Değeri

İşbirliğine dayalı oyun teorisinde kullanılan en etkin tek nokta çözümlerden biri Schmeidler'in 1969 yılında tanıttığı *nukleolus* vektörü olduğu ve bunun kısıt içermeyen oyunlarda hesaplama şekli giriş bölümünde gösterilmişti. Bu alt bölümde bu çözüm değerlerinin antimatroit yapılı oyunlar için hesaplanması gösterilecektir. Bu oyunlarda $\{F \in \mathcal{P}(N), F \in \mathcal{F}\} \Rightarrow v(F) \leq v(N)$ şartının, diğer bir ifade ile ana işbirliğinin, alt işbirliklerine göre her zaman daha karlı olduğu varsayımı kabul edilecektir.

Lemma 3.1: $(N, v, \mathcal{F})$ antimatroit yapı üzerinde tanımlı oyun için $e^*(N, r_{v,\mathcal{F}}) > 0$ eşitsizliği geçerlidir. (Brink 2008 s: 12)

$(N, v, \mathcal{F})$ antimatroit yapı üzerinde tanımlı oyun için $e^*(N, r_{v,\mathcal{F}}) = \min_{E \in \mathcal{F}} \dfrac{r_{v,\mathcal{F}}(N) - r_{v,\mathcal{F}}(E)}{|N \setminus E| + 1}$ eşitliği tanımlıdır. (Arin, Feltkamp 1997, Brink 2008).

Lemma 3.2: $(N, v, \mathcal{F})$ antimatroit yapı üzerinde tanımlı oyun ve bu oyuna bağlı $e^*(N, r_{v,\mathcal{F}}) = \min_{E \in \mathcal{F}} \dfrac{r_{v,\mathcal{F}}(N) - r_{v,\mathcal{F}}(E)}{|N \setminus E| + 1}$ değeri verilsin. Her $j \notin E$ için $y_j = \dfrac{r_{v,\mathcal{F}}(N) - r_{v,\mathcal{F}}(E)}{|N \setminus E| + 1}$ olan $y \in \mathbb{R}^n$, $y(E) = r_{v,\mathcal{F}}(E) + \dfrac{r_{v,\mathcal{F}}(N) - r_{v,\mathcal{F}}(E)}{|N \setminus E| + 1}$ eşitliğini sağlasın. Bu durumda $x = \mathrm{Nc}(N, r_{v,\mathcal{F}})$ nukleolus vektörü $x(E) = y(E)$ ve $j \notin E$ için $x_j = y_j$ eşitliklerini sağlar.

Aşağıda verilen algoritma sayesinde antimatroit yapı üzerinde tanımlı oyunlar için nukleolus vektörü elde edilmektedir. Bu algoritma için daha detaylı bilgi için (van den Brink vd., 2008: 14,16; Arin ve Feltkamp, 1997)

Adım 1: $k = 0$, $E_0 = N$, $\mathcal{F}_0 = \mathcal{F}$ ve $(r_{v,\mathcal{F}})_0 = r_{v,\mathcal{F}}$ tanımla ve Adım 2'ye geç.

Adım 2: $\left(E_k,\left(r_{v,\mathcal{F}}\right)_k,\mathcal{F}_k\right)$ antimatroit yapı üzerinde tanımlı oyun ve $E_{k+1}\subset E_k$ alt koalisyonu için $\dfrac{\left(r_{v,\mathcal{F}}\right)_k(N)-\left(r_{v,\mathcal{F}}\right)_k\left(E_{k+1}\right)}{\left|N\setminus E_{k+1}\right|+1}$ minimum değer ve $\left|E_{k+1}\right|=\max\limits_{\left\{S\in\mathcal{F}_k:\min\frac{\left(r_{v,\mathcal{F}}\right)_k(N)-\left(r_{v,\mathcal{F}}\right)_k(S)}{\left|N\setminus S\right|+1}\right\}}|S|$. Her $j\in E_k\setminus E_{k+1}$ için

$$y_j=\min_{S\in\mathcal{F}_k}\frac{\left(r_{v,\mathcal{F}}\right)_k(N)-\left(r_{v,\mathcal{F}}\right)_k(S)}{\left|N\setminus S\right|+1}$$

değeri ata ve Adım3'e geç

Adım 3: $E_{k+1}=\{1\}$ için adım 4'e geç, $E_{k+1}\neq\{1\}$ için $\left(E_k\setminus E_{k+1},\mathcal{F}_k\middle|\left(E_k\setminus E_{k+1}\right)\right)$ alt ağ yapısını tanımla ve bu ağ yapısı için i_{k+1} yı hiyerarşinin en üstündeki oyuncu olarak ata.

$\left(E_{k+1},\left(r_{v,\mathcal{F}}\right)_{k+1}\right)$ oyununu her $G\in\mathcal{P}\left(E_{k+1}\right)$ için aşağıdaki şekilde tanımla,

$$\left(r_{v,\mathcal{F}}\right)_{k+1}(G)=\begin{cases}\left(r_{v,\mathcal{F}}\right)_k(G): S_{\mathcal{F}_k}^{-1}\left(i_{k+1}\right)\cap G=\varnothing\\ \left(r_{v,\mathcal{F}}\right)_k\left(G\cup E_k\setminus E_{k+1}\right)-\dfrac{\left(r_{v,\mathcal{F}}\right)_k(N)-\left(r_{v,\mathcal{F}}\right)_k\left(E_{k+1}\right)}{\left|N\setminus E_{k+1}\right|+1}\cdot\left|E_k\setminus E_{k+1}\right|\end{cases}$$

$k=k+1$ ata ve Adım 2'ye geç.

Adım 4: $y_1=v(N)-\sum\limits_{j\in N\setminus\{1\}}x_j$ değerini tanımla. (van den Brink vd., 2008: 16,17)

4. Organize Suç Örgütleri ve Oyun Teorisi

Önceki bölümlerde tanımlanan $(N,v,\mathcal{F})$ antimatroit yapı üzerinde tanımlı oyunlarda $N=\{1,\cdots,n\}$ kümesi organize suç örgütünün tüm bileşenlerini, 1 numaralı eleman ise organizasyon hiyerarşisinde en tepe oyuncuyu gösterecek şekilde tanımlanabilir. v dönüşümü organize suç örgütünün yapmış olduğu işbirliği dahilinde elde ettiği toplam kazancı göstermektedir. Organizasyonun hiyerarşisi ne kadar büyürse elde edeceği gelir o derece büyük olacağından $v(\{1,2,3\})<v(\{1,2,3,4\})\in\mathbb{R}_{++}$ eşitsizliği elde edilecektir. Buna en basit örnek olarak uyuşturucu ticareti ve her türlü kaçakçılık gösterilebilinir. Zira nihai kullanıcıya giderek yaklaştıkça ilgili malın fiyatı da artacaktır. Diğer bir değiş ile malın kaynaktaki fiyatı ile pazar fiyatı arasında ciddi farklar söz konusu olacaktır. Organizasyon içinde ki her birim yapacağı eylem ile ilgili olarak üst hiyerarşiye bilgi verme ve izin alma zorunluluğu, organizasyonun antimatroit küme sistemi tabanlı bir sosyal ağ şeklinde bir yapıya sahip olmasını zorunlu kılacaktır.

Organize suç örgütlerinin devamlılığını sağlayan en önemli noktalardan biri piyasa içinde elde edilen gelirin bileşenlere, hiyerarşide ki ağırlıklarına göre pay edilmesidir. Bir menfaat ortaklığı olarak da karşımıza çıkan bu tip işbirliklerinde bileşenlerin gelirden aldıkları payın, kattıkları marjinal katkıdan düşük olarak ortaya çıkması organizasyonun devamlılığını tehlikeye düşürecektir. Nukleolus çözüm vektörü, organize suç örgütlerinde ütopik paylaşım olarak adlandırılabilir, zira bu paylaşıma göre tüm bileşenler gelirden olabilecek en tatminkar geliri elde etmiş olacaklardır. Bu tarz paylaşımlar daha dar organizasyonlar için geçerli olabilirken, organizasyonun yapısı karmaşıklaştıkça gerçekleşme olasılığı düşük olacaktır. Vektörler üzerinde leksiografi tabalı sıralamanın optimum noktası olan nukleolus vektörü, mevcut paylaşım vektörü ile mukayese edilerek bir anlamda veri organizasyonun gelir dağılımında ne oranda bozulduğunu göstermesi açısından da bir ölçüm kriteri olarak karşımıza çıkacaktır.

Sonuç

Çatışmaların ve anlaşmaların matematiksel modellemesi olarak karşımıza çıkan oyun teorisinin organize suç örgütlerine uygulanması teorik olarak verilmiş, suç organizasyonlarının karakteristik özelliği olan hiyerarşik yapılanmanın, organizasyonları antimatroit küme sistemi olarak ifade edebilmemize olanak sağladığı gösterilmiştir.

Organize suç örgütlerinin devamlılığını sağlayan, elde edilen gelirin hiyerarşi içinde her katmanı memnun edecek ve organizasyonun devamını sağlayacak şekilde dağılması olgusu ve bunun en optimal hali olan nukleolus vektörü tanımlanmıştır. Bu vektör yardımı ile cari durumda organizasyonun ne derece adil paylaşım yaptığı bu surette devamlılığının ne derece güçlü olduğu konusunda fikir oluşturulmuştur.

Kaynaklar

Algaba, E. -Bılbao, J. M. - Borm, P. –Lopez, J.J. (2000), " The Position Value For Union Stable Systems", ", Mathematical Methods Of Operations Research, Sayı: 52, Sayfa: 221-236

Algaba, E. -Bılbao, J. M. - Van Den Brınk, R. , Jımenez-Losada, A. (2004), "An Axiomatization Of The Banzhaf Value For Cooperative Games And Antinatroids", Mathematical Methods Of Operations Research, Sayı: 59, Sayfa: 147-166

Algaba, E. , -Bılbao, J. M. - Van Den Brınk, R. , Jımenez-Losada, A. (2004), "Cooperative Games On Antimatroids", Discrete Mathematics, Sayı: 282 Sayfa: 1-15

Arın, J. –Feltkamp, V. (1997), "The Nucleolus And Kernel Of Veto-Rich Transferable Utility Games", International Journal Of Game Theory, Sayı: 26, Sayfa: 61-73

Bılbao, Jesus Mario (2003), "Cooperative Games Under Augmenting Systems", Sıam Journal On Discrete Mathematics, Cilt: 17, No:1, Sayfa: 122-133

Bılbao, Jesus Mario – Ordonez, M. (2010), "The Core And The Weber Set Of Games On Augmenting Systems", Discrete Applied Mathematics, Sayı: 158, Sayfa: 180-188

Branzeı, R. – Dımıtrov, D. – Tıjs, S. (2008), Models İn Cooperative Game Theory, Springer

Van Den Brınk, Rene (1997), "An Axiomatization Of The Disjunctive Permission Value For Games With A Permission Structure", International Journal Of Game Theory, Sayı: 26, Sayfa 27-43

Van Den Brınk, Rene -Katsev, Ilya –Van Der Laan, Gerard (2008), " Computation Of The Nucleolus For A Class

Of Disjunctive Games With A Permission Structure" Tinbergen Institute Dissusion Paper No. Tı 08-060/1

Van Den Brınk, Rene -Katsev, Ilya –Van Der Laan, Gerard (2011), "Games On Union Closed Systems"

Van Den Brınk, Rene (2012), " On Hierarchies And Communication", Social Choice And Welfare, Sayı: 39, Sayfa: 721-735

Gılles, R.P. –Owen, G. - Van Den Brınk, R. (1992) "Games With Permission Structures: The Conjunctive Approach", International Journal Of Game Theory, Sayı: 20, Sayfa: 277-293

Gılles, R.P. –Owen, G. (1999) "Cooperative Games And Disjunctive Permission Structures ", Http://Arno.Uvt.Nl/Show.Cgi?Fid=3858

Schmeıdler, D. (1969), "The Nucleolus Of Characteristic Function Game", Sıam Journal On Applied Mathematics, Cilt: 17, Sayfa: 1163-1170