GUFBD / *GUJS* (2022) 12(2): 614-623
DOI: 10.17714/gumusfenbil.870783 Araştırma Makalesi / *Research Article*

Belirsizlik problemlerine yönelik yeni bir matematiksel yaklaşım: VFPIFS-küme

A novel mathematical approach to uncertainty problems: VFPIFS-set

Orhan DALKILIÇ*[1,a]
[1]*Mersin Üniversitesi, Fen ve Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü, 33343, Mersin*

• Geliş tarihi / *Received*: 29.01.2021 • Düzeltilerek geliş tarihi / *Received in revised form*: 16.02.2022 • Kabul tarihi / *Accepted*: 27.02.2022

Öz
Bu çalışma da belirsizlik problemlerine yönelik önerilen bulanık parametreli sezgisel bulanık esnek (kısaca FPIFS-) kümelerin bir genellemesi olan sanal bulanık parametreli sezgisel bulanık esnek (kısaca VFPIFS-) küme teorisi verilmiştir ve bazı önemli özellikleri incelenmiştir. Ayrıca bir belirsizlik problemi örneklendirilerek VFPIFS-kümeler için bir karar verme yaklaşımı verilerek en iyi nesnenin seçimi yapılmıştır. Son olarak her iki matematiksel model için bir karşılaştırmalı analiz yapılmıştır.

Anahtar kelimeler: FPIFS-küme, Karar verme, VFPIFS-küme

Abstract
In this paper, fuzzy parametrized intuitionistic fuzzy soft (briefly FPIFS-) set theory, which is a generalization of virtual fuzzy parametrized intuitionistic fuzzy soft (briefly VFPIFS-) sets proposed for uncertainty problems, is given and some important properties of it are examined. In addition, an uncertainty problem was exemplified and the best object was selected by giving a decision-making approach for VFPIFS-sets. Finally, a comparative analysis was done for both mathematical models.

***Keywords**: FPIFS-set, Decision making, VFPIFS-set*

*[a] Orhan DALKILIÇ; orhandlk952495@hotmail.com, Tel: (0544) 584 03 17, orcid.org/0000-0003-3875-1398

1. Giriş
1. Introduction

Belirsizlik problemlerine yönelik karşılaşılan sorunlar gün geçtikçe artmaya devam etmektedir. Bunun en önemli sebebi insanoğlunun ihtiyaçlarının çeşitlenmesi olarak görülebilir. Mühendislik, sağlık, eğitim gibi alanlarda karşılaşılan birçok belirsizlik problemine yönelik karar verme süreçlerinin en ideale yakın bir şekilde ilerleyebilmesi için birçok araştırmacı farklı matematiksel yaklaşımları bir çözüm önerisi olarak literatüre kazandırmışlardır. Bu matematiksel modellerin ilki Zadeh (1965) tarafından önerilen bulanık (F-) küme teorisidir. Teoriye göre bir elemanın üyelik derecesi [0,1] aralığında ifade edilebilmiştir. Daha sonraki yıllarda üye olmama derecesinin de ifade edilebildiği sezgisel bulanık (IF-) küme teorisi Atanassov (1986) tarafından verilmiştir. Ancak önerilen bu küme teorilerinin belirsizlik problemlerine uygulanması zor bir süreçti. Karşılaşılan bu problemin nedeninin mevcut küme teorilerindeki bir parametrizasyon aracı eksikliğine bağlayan Molodsov (1999), soft (kısaca S-) küme teorisini literatüre tanıtmıştır. Özellikle bu teorinin bir parametrizasyon aracı katkısıyla belirsizlik problemlerini ifade edebilmesindeki başarısı sayesinde araştırmacıların dikkatini oldukça çekmiştir ve üzerine birçok çalışma yapılmıştır (Demirtaş & Dalkılıç, 2019; Deli & Çağman, 2016; Demirtaş vd., 2020; Irkin vd., 2018; Kalaichelvi & Malini, 2011; Karaca & Taş, 2018; Nihal vd., 2017; Özgür & Nihal, 2015; Saeed vd., 2020; Selvakumari, 2018; Zou &Xiao, 2008).

Geçmişten günümüze yukarıda bahsedilen matematiksel modeller birlikte düşünülerek birçok hibrit küme teorisi önerilmiştir. Bu teoriler aşağıdaki gibi sınıflandırılmıştır:
Bulanık esnek kümeler (Maji vd., 2001a),
Sezgisel bulanık esnek kümeler (Maji vd., 2001b),
Bulanık parametreli esnek kümeler (Çağman vd., 2011),
Sanal bulanık parametreli esnek kümeler (Dalkılıç ve Demirtaş, 2020),
Bulanık parametreli bulanık esnek kümeler (Çağman vd., 2010),
Sanal bulanık parametreli bulanık esnek kümeler (Dalkılıç, 2020),
Bulanık parametreli sezgisel bulanık esnek kümeler (Sulukan vd., 2019) (Kısaca FPIFS-kümeler),
Sanal Bulanık parametreli sezgisel bulanık esnek kümeler (Bu çalışmada önerilen) (Kısaca VFPIFS-kümeler)

Bu çalışmada Sulukan vd. (2019) tarafından önerilen FPIFS-kümelerin bir genellemesi olan VFPIFS-kümeleri tanıtılmıştır ve bazı önemli özellikler incelenmiştir. Bir karar verici, bir elemanın üyelik derecesini ya da üye olmama derecesini belirlemesi zor bir iştir. Çünkü [0,1] aralığında doğru bir şekilde bir değer ifade edebilmesi dayanaksız bir neticedir. Bu problemin üstesinden gelebilmek için tanıtılan matematiksel yaklaşıma sezgisel alt ve üst yaklaşım fonksiyonları eklenmiştir. Bu sayede belirsizliğin ifade edilebilmesinde bir nevi alt ve üst güven aralıklarını belirleyerek daha ideale yakın bir şekilde karar verme süreci yönetilebilir. Ayrıca VFPIFS-kümelerin alt kümesi, tümleyeni, birleşimi ve kesişimi gibi temel küme işlemleri tanımlanmıştır. Dahası bir karar verme algoritması önerilmiştir ve bir belirsizlik probleminin çözümünde algoritmanın nasıl uygulanması gerektiği örneklendirilmiştir. Son olarak FPIFS-kümeler ve VFPIFS-kümeler için karşılaştırmalı bir analiz yapılmıştır.

2. Materyal ve metod
2. Material and method

Bu bölümde bundan sonraki bölümlerde verilecek olan kavramların daha iyi bir şekilde anlaşılmasında katkıda bulunmak amacıyla F-küme, S-küme, IF-küme ve FPIFS-küme teorileri hatırlatılmıştır.

Çalışma boyunca R bir başlangıç evreni P bir parametre kümesi ve 2^R, R'nun kuvvet kümesi olarak ifade edilmiştir. Ayrıca yazım kolaylığı açısından ondalık değerli sayılar $0.xyz\cdots$ şeklinde ifade etmek yerine $.xyz\cdots$ şeklinde ifade edilmiştir.

Tanım 2.1: $\mu_F: R \rightarrow [0,1]$ bir fonksiyon olmak üzere $F = \{(r, \eta_F(r)) : r \in R\}$ kümesine R üzerinde bir F-set denir (Zadeh, 1965). Burada $\eta_F(r)$ değeri, r elemanının F kümesine olan aidiyetini yani üyelik derecesini belirtir (Zadeh, 1965).

Tanım 2.2: $\mu_I: R \rightarrow [0,1]$ ve $\upsilon_I: R \rightarrow [0,1]$ fonksiyonları her $r \in R$ için $0 \leq \mu_I(r) + \upsilon_I(r) \leq 1$ olmak üzere R üzerinde ifade edilen $I = \{(r, \mu_I(r), \upsilon_I(r)) : r \in R\}$ kümesine IF-küme denir (Atanassov 1986). Burada μ_I ve υ_I fonksiyonlarına sırasıyla I'nın üyelik ve üyelik olmama fonksiyonları denir. Dahası, $\mu_I(r)$ ve $\upsilon_I(r)$ değerlerine sırasıyla $r \in R$'nin üyelik derecesi ve üyelik olmama derecesi olarak ifade edilir (Atanassov 1986).

$I, I_1, I_2 \in IF(R)$ olmak üzere IF-kümeler için bazı temel kavramlar aşağıdaki gibi tanımlanır (Atanassov 1986):

(i) Her $r \in R$ için $\mu_I(\mathrm{r}) = 0$ ve $\upsilon_I(\mathrm{r}) = 1$ ise I boş IF-küme olarak adlandırılır ve $I_\emptyset$ ile gösterilir.

(ii) Her $r \in R$ için $\mu_I(\mathrm{r}) = 1$ ve $\upsilon_I(\mathrm{r}) = 0$ ise I evrensel IF-küme olarak adlandırılır ve I_R ile gösterilir.

(iii) Her $r \in R$ için $\mu_{I_1}(\mathrm{r}) \leq \mu_{I_2}(\mathrm{r})$ ve $\upsilon_{I_2}(\mathrm{r}) \leq \upsilon_{I_1}(\mathrm{r})$ ise I_1, I_2'nin bir IF-alt kümesidir ve $I_1 \,\breve{\subseteq}\, I_2$ şeklinde gösterilir.

(iv) I'nın tümleyeni $I^c = \{(r, \upsilon_I(\mathrm{r}), \mu_I(\mathrm{r})): r \in R\}$ şeklindedir.

(v) I_1ve I_2'nin kesişimi $I_1 \,\breve{\cap}\, I_2 = \{(r, min\{\mu_{I_1}(\mathrm{r}), \mu_{I_2}(\mathrm{r})\}, max\{\upsilon_{I_1}(\mathrm{r}), \upsilon_{I_2}(\mathrm{r})\}): r \in R\}$ şeklindedir.

(vi) I_1ve I_2'nin birleşimi $I_1 \,\breve{\cup}\, I_2 = \{(r, max\{\mu_{I_1}(\mathrm{r}), \mu_{I_2}(\mathrm{r})\}, min\{\upsilon_{I_1}(\mathrm{r}), \upsilon_{I_2}(\mathrm{r})\}): r \in R\}$ şeklindedir.

Çalışma boyunca R üzerindeki tüm IF-kümelerinin ailesi IF(R) şeklinde ifade edilmiştir.

Tanım 2.3: $\mathrm{S}: \mathrm{P} \to 2^R$ fonksiyonu için R üzerinde ifade edilen $S = \{(p, S(p)): p \in P\}$ kümesine S-küme denir (Molodsov, 1999).

Tanım 2.4: $X = \{(\mathrm{p}, \eta_{\mathrm{X}}(\mathrm{p})): \mathrm{p} \in \mathrm{P}\}$, P üzerinde bir F-küme ve $\phi_X: P \to IF(R)$ bir fonksiyon olmak üzere $\phi_X(p) = \{(r, \mu_X^p(\mathrm{r}), \upsilon_X^p(\mathrm{r})): r \in R\}$, R üzerinde her $p \in P$ için bir IF-küme olsun. Bu durumda R üzerindeki bir ψ_{X} FPIFS-kümesi

$$\psi_{\mathrm{X}} = \{(p/\eta_{\mathrm{X}}(\mathrm{p}), \phi_X(\mathrm{p})):\ \mathrm{p} \in \mathrm{P}, \eta_{\mathrm{X}}(\mathrm{p}) \in [0,1], \phi_X(p) \in IF(R)\} \tag{1}$$

sıralı ikililerin bir kümesidir (Sulukan vd., 2019). Burada ifade edilen (1) kümesi için ϕ_X, ψ_{X}'in yaklaşım fonksiyonu olarak adlandırılır.

Tanım 2.5: X, $P = \{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$ üzerinde bir F-küme olsun. Bu durumda $1 \leq i \leq n$ değeri için her $0 \leq \underline{\alpha_i} < \mu_X(p_i)$ değerine karşılık gelerek yazılabilecek parametre kümesine, bir alt sanal parametre kümesi denir (Dalkılıç & Demirtaş, 2020) ve

$$\underline{P} = \left\{p_1^{\underline{\alpha_1}}, p_2^{\underline{\alpha_2}}, \ldots, p_n^{\underline{\alpha_n}}\right\} \tag{2}$$

şeklinde ifade edilir. Burada ifade edilen (2) kümesi için $p_i^{\underline{\alpha_i}}$ parametresi şu anlama gelmektedir: "p_i parametresinin α_i sayısınca OLUMSUZ YÖNDE GELİŞİM PARAMETRESİ". Benzer şekilde; $1 \leq i \leq n$ değeri için her $0 \leq \overline{\alpha_i} \leq 1 - \mu_X(p_i)$ değerine karşılık gelerek yazılabilecek parametre kümesine bir üst sanal parametre kümesi denir (Dalkılıç & Demirtaş, 2020) ve

$$\overline{P} = \left\{p_1^{\overline{\alpha_1}}, p_2^{\overline{\alpha_2}}, \ldots, p_n^{\overline{\alpha_n}}\right\} \tag{3}$$

şeklinde ifade edilir. Burada ifade edilen (3) kümesi için $p_i^{\overline{\alpha_i}}$ parametresi şu anlama gelmektedir: "p_i parametresinin α_i sayısınca OLUMLU YÖNDE GELİŞİM PARAMETRESİ".

3. Sanal bulanık parametreli sezgisel bulanık esnek küme teorisi

3. Virtual fuzzy parameterized intuitionistic fuzzy soft set theory

Bu bölümde FPIFS-kümelerin bir genellemesi olan VFPIFS-küme teorisi tanımlanmıştır ve bazı ilişkili ve önemli özellikler verilmiştir. Ayrıca VFPIFS-kümeler için tümleyen, alt küme, kesişim ve birleşim gibi temel küme işlemleri tanımlanmıştır.

Tanım 3.1: $\underline{\mathrm{X}}$ ve $\overline{\mathrm{X}}$ sırasıyla $\underline{\mathrm{P}}$ ve $\overline{\mathrm{P}}$ üzerinde bir F-küme olamk üzere $\underline{\mathrm{P}} = \{\mathrm{p}^{\underline{\alpha}} : 0 \leq \underline{\alpha} < \mu_{\mathrm{X}}(\mathrm{p})\}$ ve $\overline{\mathrm{P}} = \{\mathrm{p}^{\overline{\alpha}} : 0 \leq \overline{\alpha} < 1 - \mu_{\mathrm{X}}(\mathrm{p})\}$ kümeleri sırasıyla bir alt sanal parametre kümesi ve bir üst sanal parametre kümesi olsun. Bu durumda R üzerindeki bir Υ_{X} VFPIFS-kümesi

$$\underline{\psi_{\mathrm{X}}} = \left\{\left(p/\eta_{\underline{\mathrm{X}}}(\mathrm{p}^{\underline{\alpha}}), \underline{\phi_X}(\mathrm{p}^{\underline{\alpha}})\right) : \mathrm{p} \in \mathrm{P}, \mathrm{p}^{\underline{\alpha}} \in \underline{\mathrm{P}}, \eta_{\underline{\mathrm{X}}}(\mathrm{p}^{\underline{\alpha}}) \in [0,1], 0 \leq \underline{\alpha} \leq \eta_{\mathrm{X}}(\mathrm{p}), \underline{\phi_X}(\mathrm{p}^{\underline{\alpha}}) \in IF(R)\right\} \tag{4}$$

$$\psi_{\mathrm{X}} = \{(p/\eta_{\mathrm{X}}(\mathrm{p}), \phi_X(\mathrm{p})) :\ \mathrm{p} \in \mathrm{P}, \eta_{\mathrm{X}}(\mathrm{p}) \in [0,1], \phi_X(p) \in IF(R)\} \tag{5}$$

$$\overline{\psi_{\mathrm{X}}} = \{(\mathrm{p}/\eta_{\overline{\mathrm{X}}}(\mathrm{p}^{\overline{\alpha}}), \overline{\phi_X}(\mathrm{p}^{\overline{\alpha}})) : \mathrm{p} \in \mathrm{P}, \mathrm{p}^{\overline{\alpha}} \in \overline{\mathrm{P}}, \overline{\eta_{\mathrm{X}}}(\mathrm{p}^{\overline{\alpha}}) \in [0,1], 0 \leq \overline{\alpha} \leq 1 - \eta_{\mathrm{X}}(\mathrm{p}), \overline{\phi_X}(\mathrm{p}^{\overline{\alpha}}) \in IF(R)\} \tag{6}$$

$$\Upsilon_{\mathrm{X}} = \underline{\psi_{\mathrm{X}}} \cup \psi_{\mathrm{X}} \cup \overline{\psi_{\mathrm{X}}} \tag{7}$$

şeklinde (7) kümesi (4), (5) ve (6) kümelerinin birleşiminden oluşur. Burada ifade edilen (7) kümesi için $\underline{\phi_X}: \underline{P} \rightarrow IF(R)$, $\phi_X: P \rightarrow IF(R)$ ve $\overline{\phi_X}: \overline{P} \rightarrow IF(R)$ fonksiyonlarına sırasıyla sezgisel alt yaklaşım fonksiyonu, yaklaşım fonksiyonu ve sezgisel üst yaklaşım fonksiyonu denir. Daha açık bir ifadeyle bu fonksiyonlar sırasıyla $\underline{\phi_X}(\mathrm{p}^{\underline{\alpha}}) = \left\{\left(r, \mu_{\underline{X}}^{\mathrm{p}^{\underline{\alpha}}}(\mathrm{r}), \upsilon_{\underline{X}}^{\mathrm{p}^{\underline{\alpha}}}(\mathrm{r})\right): r \in R\right\}$, $\phi_X(\mathrm{p}) = \left\{\left(r, \mu_X^{\mathrm{p}}(\mathrm{r}), \upsilon_X^{\mathrm{p}}(\mathrm{r})\right): r \in R\right\}$ ve $\overline{\phi_X}(\mathrm{p}^{\overline{\alpha}}) = \left\{\left(r, \mu_{\overline{\mathrm{X}}}^{\mathrm{p}^{\overline{\alpha}}}(\mathrm{r}), \upsilon_{\overline{\mathrm{X}}}^{\mathrm{p}^{\overline{\alpha}}}(\mathrm{r})\right): r \in R\right\}$ şeklinde ifade edilir. Dahası $\underline{\phi_X}(\mathrm{p}^{\underline{\alpha}})$, $\phi_X(\mathrm{p})$ ve $\overline{\phi_X}(\mathrm{p}^{\overline{\alpha}})$ sırasıyla her $\mathrm{p}^{\underline{\alpha}} \in \underline{\mathrm{P}}$, $\mathrm{p} \in \mathrm{P}$ ve $\mathrm{p}^{\overline{\alpha}} \in \overline{\mathrm{P}}$ için VFPIFS-kümesinin bir sezgisel alt p-elemanı, p-elemanı ve sezgisel üst p-elemanı olarak adlandırılır. Ayrıca $\eta_{\underline{\mathrm{X}}}: \underline{\mathrm{P}} \rightarrow [0,1]$ ve $\eta_{\overline{\mathrm{X}}}: \overline{\mathrm{P}} \rightarrow [0,1]$ üyelik fonksiyonlarının değerleri sırasıyla $\eta_{\mathrm{X}}(\mathrm{p}) - \underline{\alpha} = \eta_{\underline{\mathrm{X}}}(\mathrm{p}^{\underline{\alpha}})$ ve $\eta_{\mathrm{X}}(\mathrm{p}) + \overline{\alpha} = \eta_{\overline{\mathrm{X}}}(\mathrm{p}^{\overline{\alpha}})$ şeklindedir.

Burada; $\eta_{\mathrm{X}}(\mathrm{p}) = 0$ ise $\phi_X(\mathrm{p}) = \emptyset$ dir. Benzer şekilde $\eta_{\underline{\mathrm{X}}}(\mathrm{p}^{\underline{\alpha}}) = 0$ ise $\underline{\phi_X}(\mathrm{p}^{\underline{\alpha}}) = \emptyset$ ve $\eta(\mathrm{x}^{\overline{\alpha}}) = 0$ ise $\overline{\phi_X}(\mathrm{p}^{\overline{\alpha}}) = \emptyset$ dir. Açıktır ki, ifade edilen $\underline{\alpha}$ ve $\overline{\alpha}$ değerleri bir reel sayı olduğundan $\underline{\phi_X}(\mathrm{p}^{\underline{\alpha}})$ ve $\overline{\phi_X}(\mathrm{p}^{\overline{\alpha}})$ ifadelerine karşılık gelen nesnelerin üyelik derecelerinde bir değişim gözlenebillir.

Çalışma boyunca R üzerindeki tüm VFPIFS-kümelerinin ailesi $VFPIFS(\mathrm{R})$ şeklinde ifade edilmiştir.

Özellik 3.1: $\Upsilon_{\mathrm{X}} \in \mathrm{VFPIFS(R)}$ olsun. O halde her $\mathrm{p}^{\underline{\alpha}} \in \underline{\mathrm{P}}$, $\mathrm{p} \in \mathrm{P}$ ve $\mathrm{p}^{\overline{\alpha}} \in \overline{\mathrm{P}}$ ve $\mathrm{r} \in \mathrm{R}$ için, $\underline{\phi_X}(\mathrm{p}^{\underline{\alpha}})$, $\phi_X(\mathrm{p})$ ve $\overline{\phi_X}(\mathrm{p}^{\overline{\alpha}})$ fonksiyonları dikkate alınarak

(i) $\mu_{\overline{\mathrm{X}}}^{\mathrm{p}^{\overline{\alpha}}}(\mathrm{r}) \leq \mu_X^{\mathrm{p}}(\mathrm{r}) \leq \mu_{\underline{X}}^{\mathrm{p}^{\underline{\alpha}}}(\mathrm{r})$

(ii) $\upsilon_{\underline{X}}^{\mathrm{p}^{\underline{\alpha}}}(\mathrm{r}) \leq \upsilon_X^{\mathrm{p}}(\mathrm{r}) \leq \upsilon_{\overline{\mathrm{X}}}^{\mathrm{p}^{\overline{\alpha}}}(\mathrm{r})$

eşitsizlikleri elde edilir.

İspat. Tanım 3.1'in doğrudan bir sonucudur.

Örnek 3.1: Nesnelerin kümesi olarak $\mathrm{R} = \{\mathrm{r}_1, \mathrm{r}_2, \mathrm{r}_3\}$ ve parametrelerin kümesi olarak da $\mathrm{P} = \{\mathrm{p}_1, \mathrm{p}_2\}$ kümesini alalım. O halde P parametre kümesi için alt ve üst sanal parametre kümeleri sırasıyla $\underline{\mathrm{P}} = \left\{\mathrm{p}_1^{\underline{\alpha_1}}, \mathrm{p}_2^{\underline{\alpha_2}}\right\}$, $\overline{\mathrm{P}} = \left\{\mathrm{p}_1^{\overline{\alpha_1}}, \mathrm{p}_2^{\overline{\alpha_2}}\right\}$ şeklindedir. Diyelim ki; $\underline{\mathrm{P}}$, P, $\overline{\mathrm{P}}$ parametre kümeleri üzerindeki F-kümeler sırasıyla $\underline{\mathrm{X}} = \left\{\frac{\mathrm{p}_1}{.22}, \frac{\mathrm{p}_2}{.35}\right\}$, $\mathrm{X} = \left\{\frac{\mathrm{p}_1}{.55}, \frac{\mathrm{p}_2}{.44}\right\}$, $\overline{\mathrm{X}} = \left\{\frac{\mathrm{p}_1}{.65}, \frac{\mathrm{p}_2}{.88}\right\}$ şeklinde verilmiş olsun. Dahası sezgisel alt yaklaşım fonksiyonu, yaklaşım fonksiyonu ve sezgisel üst yaklaşım fonksiyonu sırasıyla her parametre için aşağıdaki şekilde ifade edilmiş olsunlar:

$$
\begin{aligned}
\underline{\phi_X}(\mathrm{p}_1^{\underline{.33}}) &= \{(\mathrm{r}_1, .687, .302), (\mathrm{r}_2, .795, .2), (\mathrm{r}_3, .655, .195)\}, \\
\underline{\phi_X}(\mathrm{p}_2^{\underline{.09}}) &= \{(\mathrm{r}_1, .836, .126), (\mathrm{r}_2, .543, .444), (\mathrm{r}_3, .694, .132)\}, \\
\phi_X(\mathrm{p}_1) &= \{(\mathrm{r}_1, .443, .355), (\mathrm{r}_2, .585, .265), (\mathrm{r}_3, .462, .378)\}, \\
\phi_X(\mathrm{p}_2) &= \{(\mathrm{r}_1, .692, .302), (\mathrm{r}_2, .485, .502), (\mathrm{r}_3, .492, .274)\}, \\
\overline{\phi_X}(\mathrm{p}_1^{\overline{0.1}}) &= \{(\mathrm{r}_1, .283, .495), (\mathrm{r}_2, .489, .397), (\mathrm{r}_3, .296, .583)\}, \\
\overline{\phi_X}(\mathrm{p}_2^{\overline{0.44}}) &= \{(\mathrm{r}_1, .493, .504), (\mathrm{r}_2, .294, .664), (\mathrm{r}_3, .456, .395)\}
\end{aligned}
$$

Dikkat edilmelidir ki; seçilen değerler rastgele değildir. Örneğin; p_1 parametresi için $\underline{\alpha_1}$, $0 \leq \underline{\alpha_1} = .33 \leq .55$ ve $\overline{\alpha_1}$, $0 \leq \overline{\alpha_1} = .1 \leq .45$ aralığından seçilmiştir. Benzer şekilde p_2 için ise $\underline{\alpha_2}$, $0 \leq \underline{\alpha_2} = .09 \leq .44$ ve $\overline{\alpha_2}$, $0 \leq \overline{\alpha_2} = .44 \leq .56$ aralığından seçilmiştir. Bu durumda Υ_{X} VFPIFS-kümesi aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$
\Upsilon_{\mathrm{X}} = \left\{
\begin{array}{c}
\left(\frac{\mathrm{p}_1}{.22}, \{(\mathrm{r}_1, .687, .302), (\mathrm{r}_2, .795, .2), (\mathrm{r}_3, .655, .195)\}\right), \\
\left(\frac{\mathrm{p}_2}{.35}, \{(\mathrm{r}_1, .836, .126), (\mathrm{r}_2, .543, .444), (\mathrm{r}_3, .694, .132)\}\right), \\
\left(\frac{\mathrm{p}_1}{.55}, \{(\mathrm{r}_1, .443, .355), (\mathrm{r}_2, .585, .265), (\mathrm{r}_3, .462, .378)\}\right), \\
\left(\frac{\mathrm{p}_2}{.44}, \{(\mathrm{r}_1, .692, .302), (\mathrm{r}_2, .485, .502), (\mathrm{r}_3, .492, .274)\}\right), \\
\left(\frac{\mathrm{p}_1}{.65}, \{(\mathrm{r}_1, .283, .495), (\mathrm{r}_2, .489, 0.397), (\mathrm{r}_3, .296, 0.583)\}\right), \\
\left(\frac{\mathrm{p}_2}{.88}, \{(\mathrm{r}_1, .493, .504), (\mathrm{r}_2, .294, .664), (\mathrm{r}_3, .456, .395)\}\right)
\end{array}
\right\}.
$$

Burada ifade edilen Υ_{X} VFPIFS-kümesi aşağıda ifade edilen FPIFS-kümelerinin birleşiminden oluşmaktadır:

$$\underline{\psi_X} = \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{p_1}{0.22}, \{(r_1,.687,.302),(r_2,.795,.2),(r_3,.655,.195)\}\right), \\ \left(\frac{p_2}{0.35}, \{(r_1,.836,.126),(r_2,.543,.444),(r_3,.694,.132)\}\right) \end{array} \right\},$$

$$\psi_X = \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{p_1}{0.55}, \{(r_1,.443,.355),(r_2,.585,.265),(r_3,.462,.378)\}\right), \\ \left(\frac{p_2}{0.44}, \{(r_1,.692,.302),(r_2,.485,.502),(r_3,.492,.274)\}\right) \end{array} \right\},$$

$$\overline{\psi_X} = \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{p_1}{0.65}, \{(r_1,.283,.495),(r_2,.489,0.397),(r_3,.296,0.583)\}\right), \\ \left(\frac{p_2}{0.88}, \{(r_1,.493,.504),(r_2,.294,.664),(r_3,.456,.395)\}\right) \end{array} \right\}.$$

Tanım 3.2: $\Upsilon_X \in$ VFPIFS(R) olmak üzere

(i) her $p^{\underline{\alpha}} \in \underline{P}$ için $\underline{\phi_X}(p^{\underline{\alpha}}) = I_\emptyset$ ve $\eta_{\underline{X}}(p^{\underline{\alpha}}) = 0$ ise Υ_X'e, boş VFPIFS-küme denir ve $\Upsilon_\emptyset$ ile gösterilir.

(ii) her $p^{\overline{\alpha}} \in \overline{P}$ için $\overline{\phi_X}(p^{\overline{\alpha}}) = I_R$ ve $\eta_{\overline{X}}(p^{\overline{\alpha}}) = 1$ ise Υ_X'e, evrensel VFPIFS-küme denir ve Υ_P ile gösterilir.

Tanım 3.3: Υ_X, $\Upsilon_Y \in$ VFPIFS(R) olmak üzere

i) her $p \in P$ ve $p^{\underline{\alpha}} \in \underline{P}$ için $\eta_{\underline{X}}(p^{\underline{\alpha}}) \le \eta_{\underline{Y}}(p^{\underline{\beta}})$ ve $\underline{\phi_X}(p^{\underline{\alpha}}) \subseteq \underline{\phi_X}(p^{\underline{\beta}})$,

ii) her $p \in P$ için $\eta_X(p) \le \eta_Y(p)$ ve $\phi_X(p) \subseteq \phi_X(p)$,

iii) her $p \in P$ ve $p^{\overline{\alpha}} \in \overline{P}$ için $\eta_{\overline{X}}(p^{\overline{\alpha}}) \le \eta_{\overline{Y}}\left(p^{\overline{\beta}}\right)$ve $\overline{\phi_X}(p^{\overline{\alpha}}) \subseteq \overline{\phi_X}\left(p^{\overline{\beta}}\right)$

gerçeklenmesi durumunda Υ_X, Υ_Y nin VFPIFS-alt kümedir ve $\Upsilon_X \mathrel{\hat{\sqsubseteq}} \Upsilon_Y$ şeklinde gösterilir. Eğer

i) her $p \in P$ ve $p^{\underline{\alpha}} \in \underline{P}$ için $\eta_{\underline{X}}(p^{\underline{\alpha}}) = \eta_{\underline{Y}}(p^{\underline{\beta}})$ ve $\underline{\phi_X}(p^{\underline{\alpha}}) = \underline{\phi_X}(p^{\underline{\beta}})$,

ii) her $p \in P$ için $\eta_X(p) = \eta_Y(p)$ ve $\phi_X(p) = \phi_X(p)$,

iii) her $p \in P$ ve $p^{\overline{\alpha}} \in \overline{P}$ için $\eta_{\overline{X}}(p^{\overline{\alpha}}) = \eta_{\overline{Y}}\left(p^{\overline{\beta}}\right)$ve $\overline{\phi_X}(p^{\overline{\alpha}}) = \overline{\phi_X}\left(p^{\overline{\beta}}\right)$

koşulları gerçekleniyor ise Υ_X ve Υ_Y VFPIFS-eşittir denir ve $\Upsilon_X = \Upsilon_Y$ şeklinde gösterilir.

Özellik 3.2: $\Upsilon_X, \Upsilon_Y, \Upsilon_Z \in$ VFPIFS(R) olsun. O halde,

i) $\Upsilon_\emptyset \mathrel{\hat{\sqsubseteq}} \Upsilon_X$

ii) $\Upsilon_X \mathrel{\hat{\sqsubseteq}} \Upsilon_X$

iii) $\Upsilon_X \mathrel{\hat{\sqsubseteq}} \Upsilon_Y$ ve $\Upsilon_Y \mathrel{\hat{\sqsubseteq}} \Upsilon_X$ ise $\Upsilon_X = \Upsilon_Y$

iv) $\Upsilon_X \mathrel{\hat{\sqsubseteq}} \Upsilon_Y$ ve $\Upsilon_Y \mathrel{\hat{\sqsubseteq}} \Upsilon_Z$ ise $\Upsilon_X \mathrel{\hat{\sqsubseteq}} \Upsilon_Z$

Kanıt: Tanım 3.2 ve 3.3'ten faydalanılarak kolayca gösterilebilir.

Tanım 3.4: $\Upsilon_X \in$ VFPIFS(R) olsun. Υ_X'in tümleyeni Υ_X^c olarak gösterilir ve aşağıdaki koşulları sağlar:

i) her $p \in P$ ve $p^{\underline{\alpha}} \in \underline{P}$ için $\eta_{\underline{X}}^c(p^{\underline{\alpha}}) = 1 - \eta_{\underline{X}}(p^{\underline{\alpha}})$ ve $\underline{\phi_X^c}(p^{\underline{\alpha}}) = \left\{\left(r, \upsilon_{\underline{X}}^{p^{\underline{\alpha}}}(r), \mu_{\underline{X}}^{p^{\underline{\alpha}}}(r)\right) : r \in R\right\}$,

ii) her $p \in P$ için $\eta_X^c(p) = 1 - \eta_X(p)$ ve $\phi_X^c(p) = \{(r, \upsilon_X^p(r), \mu_X^p(r)) : r \in R\}$,

iii) her $p \in P$ ve $p^{\overline{\alpha}} \in \overline{P}$ için $\eta_{\overline{X}}^c(p^{\overline{\alpha}}) = 1 - \eta_{\overline{X}}(p^{\overline{\alpha}})$ve $\overline{\phi_X^c}(p^{\overline{\alpha}}) = \left\{\left(r, \upsilon_{\overline{X}}^{p^{\overline{\alpha}}}(r), \mu_{\overline{X}}^{p^{\overline{\alpha}}}(r)\right) : r \in R\right\}$

Örnek 3.2: Örnek 3.1'i düşünelim. Bu önerkte verilen Υ_X VFPIFS-kümesinin tümleyeni aşağıdaki şekildedir:

$$\Upsilon_X^c = \left\{ \begin{array}{c} \left(\frac{p_1}{.78}, \{(r_1, .302, .687), (r_2, .2, .795), (r_3, .195, .655)\}\right), \\ \left(\frac{p_2}{.65}, \{(r_1, .126, .836), (r_2, .444, .543), (r_3, .1332, .694)\}\right), \\ \left(\frac{p_1}{.45}, \{(r_1, .355, .443), (r_2, .265, .585), (r_3, .378, .462)\}\right), \\ \left(\frac{p_2}{.56}, \{(r_1, .302, .692), (r_2, .502, .485), (r_3, .274, .492)\}\right), \\ \left(\frac{p_1}{.35}, \{(r_1, .495, .283), (r_2, .397, .489), (r_3, .583, .296)\}\right), \\ \left(\frac{p_2}{.12}, \{(r_1, .504, .493), (r_2, .664, .294), (r_3, .395, .456)\}\right) \end{array} \right\}.$$

Tanım 3.5: Υ_X, $\Upsilon_Y \in$ VFPIFS(R) olsun. Υ_X ve Υ_Y VFPIFS-kümelerinin birleşimi

i) her $p \in P$ ve $p^{\underline{\alpha}}, p^{\underline{\beta}}, p^{\underline{\gamma}} \in \underline{P}$ için $\eta_{\underline{X \cup Y}}(p^{\underline{\gamma}}) = \max\{\eta_{\underline{X}}(p^{\underline{\alpha}}), \eta_{\underline{Y}}(p^{\underline{\beta}})\}$ ve $\underline{\phi_{X \cup Y}}(p^{\underline{\gamma}}) = \underline{\phi_X}(p^{\underline{\alpha}}) \, \breve{\cup} \, \underline{\phi_Y}(p^{\underline{\beta}})$ fonksiyonları,

ii) her $p \in E$ için $\mu_{X \cup Y}(p) = \max\{\mu_X(p), \mu_Y(p)\}$ ve $\phi_{X \cup Y}(p) = \phi_X(p) \, \breve{\cup} \, \phi_Y(p)$ fonksiyonları,

iii) her $p \in P$ ve $p^{\overline{\alpha}}, p^{\overline{\beta}}, p^{\overline{\gamma}} \in \overline{P}$ için $\eta_{\overline{X \cup Y}}(p^{\overline{\gamma}}) = \max\left\{\eta_{\overline{X}}(p^{\overline{\alpha}}), \eta_{\overline{Y}}\left(p^{\overline{\beta}}\right)\right\}$ ve $\overline{\phi_{X \cup Y}}(p^{\overline{\gamma}}) = \overline{\phi_X}(p^{\overline{\alpha}}) \, \breve{\cup} \, \overline{\phi_X}(p^{\overline{\beta}})$ fonksiyonları

koşullarının gerçeklenmesi ile elde edilir ve $\Upsilon_X \, \hat{\cup} \, \Upsilon_Y$ şeklinde gösterilir. Ayrıca verilen VFPIFS-kümelerinin kesişimi ise

i) her $p \in P$ ve $p^{\underline{\alpha}}, p^{\underline{\beta}}, p^{\underline{\gamma}} \in \underline{P}$ için $\eta_{\underline{X \cap Y}}(p^{\underline{\gamma}}) = \min\{\eta_{\underline{X}}(p^{\underline{\alpha}}), \eta_{\underline{Y}}(p^{\underline{\beta}})\}$ ve $\underline{\phi_{X \cap Y}}(p^{\underline{\gamma}}) = \underline{\phi_X}(p^{\underline{\alpha}}) \, \breve{\cap} \, \underline{\phi_Y}(p^{\underline{\beta}})$ fonksiyonları,

ii) her $p \in E$ için $\mu_{X \cap Y}(p) = \min\{\mu_X(p), \mu_Y(p)\}$ ve $\phi_{X \cap Y}(p) = \phi_X(p) \, \breve{\cap} \, \phi_Y(p)$ fonksiyonları,

iii) her $p \in P$ ve $p^{\overline{\alpha}}, p^{\overline{\beta}}, p^{\overline{\gamma}} \in \overline{P}$ için $\eta_{\overline{X \cap Y}}(p^{\overline{\gamma}}) = \min\left\{\eta_{\overline{X}}(p^{\overline{\alpha}}), \eta_{\overline{Y}}\left(p^{\overline{\beta}}\right)\right\}$ ve $\overline{\phi_{X \cap Y}}(p^{\overline{\gamma}}) = \overline{\phi_X}(p^{\overline{\alpha}}) \, \breve{\cap} \, \overline{\phi_X}(p^{\overline{\beta}})$ fonksiyonları

yardımıyla elde edilir ve $\Upsilon_X \, \hat{\cap} \, \Upsilon_Y$ şeklinde gösterilir.

Özellik 3.3: $\Upsilon_X, \Upsilon_Y, \Upsilon_Z \in$ VFPIFS(R) olsun. O halde,

i) $\Upsilon_X \, \hat{\cup} \, \Upsilon_X = \Upsilon_X$ ve $\Upsilon_X \, \hat{\cap} \, \Upsilon_X = \Upsilon_X$

ii) $\Upsilon_\emptyset \, \hat{\cup} \, \Upsilon_X = \Upsilon_X$ ve $\Upsilon_\emptyset \, \hat{\cap} \, \Upsilon_X = \Upsilon_\emptyset$

iii) $\Upsilon_X \, \hat{\cup} \, \Upsilon_\emptyset = \Upsilon_X$ ve $\Upsilon_X \, \hat{\cap} \, \Upsilon_\emptyset = \Upsilon_\emptyset$

iv) $\Upsilon_X \, \hat{\cup} \, \Upsilon_P = \Upsilon_P$ ve $\Upsilon_X \, \hat{\cap} \, \Upsilon_P = \Upsilon_X$

v) $\Upsilon_X \, \hat{\cup} \, \Upsilon_Y = \Upsilon_Y \, \hat{\cup} \, \Upsilon_X$ ve $\Upsilon_X \, \hat{\cap} \, \Upsilon_Y = \Upsilon_Y \, \hat{\cap} \, \Upsilon_X$

vi) $(\Upsilon_X \, \hat{\cup} \, \Upsilon_Y) \, \hat{\cup} \, \Upsilon_Z = \Upsilon_X \, \hat{\cup} \, (\Upsilon_Y \, \hat{\cup} \, \Upsilon_Z)$ ve $(\Upsilon_X \, \hat{\cap} \, \Upsilon_Y) \, \hat{\cap} \, \Upsilon_Z = \Upsilon_X \, \hat{\cap} \, (\Upsilon_Y \, \hat{\cap} \, \Upsilon_Z)$

Kanıt: Tanım 3.5'ten açıktır.

Örnek 3.3: Örnek 3.1'i tekrar ele alalım. Ayrıca aşağıda ifade edildiği şekilde bir Υ_Y VFPIFS-kümesini ele alalım,

$$\Upsilon_Y = \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{p_1}{.26}, \{(r_1, .684, .204), (r_2, .637, .308), (r_3, .598, .205)\}\right), \\ \left(\frac{p_2}{.5}, \{(r_1, .708, .295), (r_2, .788, .206), (r_3, .849, .105)\}\right), \\ \left(\frac{p_1}{.45}, \{(r_1, .495, .504), (r_2, .587, .359), (r_1, .488, .395)\}\right), \\ \left(\frac{p_2}{.64}, \{(r_1, .587, .388), (r_2, .567, .405), (r_1, .596, .285)\}\right), \\ \left(\frac{p_1}{.75}, \{(r_1, .392, .605), (r_2, .359, .493), (r_1, .227, .637)\}\right), \\ \left(\frac{p_2}{.78}, \{(r_1, .385, .605), (r_2, .489, .501), (r_1, .355, .604)\}\right) \end{array} \right\}$$

Bu durumda $\Upsilon_X \hat{\cup} \Upsilon_Y$ ve $\Upsilon_X \hat{\cap} \Upsilon_Y$ aşağıdaki gibi elde edilir,

$$\Upsilon_X \hat{\cup} \Upsilon_Y = \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{p_1}{.26}, \{(r_1, .687, .204), (r_2, .795, .2), (r_3, .655, .195)\}\right), \\ \left(\frac{p_2}{.5}, \{(r_1, .836, .126), (r_2, .788, .206), (r_3, .849, .105)\}\right), \\ \left(\frac{p_1}{.55}, \{(r_1, .495, .355), (r_2, .587, .265), (r_3, .488, .378)\}\right), \\ \left(\frac{p_2}{.64}, \{(r_1, .692, .302), (r_2, .567, .405), (r_3, .596, .274)\}\right), \\ \left(\frac{p_1}{.75}, \{(r_1, .392, .495), (r_2, .489, .397), (r_3, .296, .583)\}\right), \\ \left(\frac{p_2}{.88}, \{(r_1, .493, .504), (r_2, .489, .501), (r_3, .456, .395)\}\right) \end{array} \right\}$$

$$\Upsilon_X \hat{\cap} \Upsilon_Y = \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{p_1}{.26}, \{(r_1, .684, .302), (r_2, .637, .308), (r_3, .598, .205)\}\right), \\ \left(\frac{p_2}{.5}, \{(r_1, .708, .295), (r_2, .543, .444), (r_3, .694, .132)\}\right), \\ \left(\frac{p_1}{.45}, \{(r_1, .443, .504), (r_2, .585, .359), (r_1, .462, .395)\}\right), \\ \left(\frac{p_2}{.64}, \{(r_1, .587, .388), (r_2, .485, .502), (r_1, .492, .285)\}\right), \\ \left(\frac{p_1}{.75}, \{(r_1, .283, .605), (r_2, .359, .493), (r_1, .227, .637)\}\right), \\ \left(\frac{p_2}{.78}, \{(r_1, .385, .605), (r_2, .294, .664), (r_1, .355, .604)\}\right) \end{array} \right\}$$

Özellik 3.4: $\Upsilon_X, \Upsilon_Y \in \mathrm{VFPIFS}(R)$ olsun. O halde aşağıda verilen De Morgan kuralları gerçeklenir,

i) $(\Upsilon_X \hat{\cup} \Upsilon_Y)^c = \Upsilon_X^c \hat{\cap} \Upsilon_Y^c$

ii) $(\Upsilon_X \hat{\cap} \Upsilon_Y)^c = \Upsilon_X^c \hat{\cup} \Upsilon_Y^c$

Kanıt: Tanım 3.4 ve 3.5'ten faydalanılarak kolayca gösterilebilir.

Özellik 3.5: $\Upsilon_X, \Upsilon_Y, \Upsilon_Z \in \mathrm{VFPIFS}(R)$ olsun. O halde,

i) $\Upsilon_X \hat{\cup} (\Upsilon_Y \hat{\cap} \Upsilon_Z) = (\Upsilon_X \hat{\cup} \Upsilon_Y) \hat{\cap} (\Upsilon_X \hat{\cup} \Upsilon_Z)$

ii) $\Upsilon_X \hat{\cap} (\Upsilon_Y \hat{\cup} \Upsilon_Z) = (\Upsilon_X \hat{\cap} \Upsilon_Y) \hat{\cup} (\Upsilon_X \hat{\cap} \Upsilon_Z)$

Kanıt: Tanım 3.5'ten faydalanılarak kolayca gösterilebilir.

4. Bir karar verme uygulaması
4. A decision-making app

Bu bölümde günlük hayatta pek çok kez karşılaşılan belirsizlik problemlerine yönelik VFPIFS-kümelerden faydalanılarak bir karar verme algoritması önerilmiştir. Bunun için bir belirsizlik problemi örneklendirilmiştir ve bu problemin çözümü önerilen algoritmanın yardımıyla öncelikle VFPIFS-kümeler için daha sonra ise FPIFS-kümeler ile yapılmıştır. Elde edilen çözüm sonuçlarının bir karşılaştırılması verilerek VFPIFS-kümelerin avantajı açıkça ortaya konulmuştur.

Mevcut nesneler arasından istenilen parametreleri sağlayan en ideal nesnenin seçimine yönelik inşa ettiğimiz karar verme algoritması aşağıdaki şekildedir:

Algoritma:

Adım 1. Karar verici tarafından belirlenen parametrelerin kümesi P ve mevcut nesnelerin kümesi R ve X, P üzerinde bir F-küme olmak üzere temel kümeleri gir.

Adım 2. Belirsizlik problemi bir Υ_X VFPIFS-küme yardımıyla ifade et.

Adım 3. Υ_X VFPIFS-kümesinin her $r \in R$ için skor değerlerini aşağıda verilen formülden yaralanarak hesapla.

$$W_{\Upsilon_X}(\mathrm{r}) = \frac{1}{3|\mathrm{P}|}\begin{bmatrix} \sum_{\mathrm{p}^{\underline{\alpha}} \in \underline{\mathrm{P}}} \eta_{\underline{\mathrm{X}}}(\mathrm{p}^{\underline{\alpha}}) \left(\mu_{\underline{X}}^{\mathrm{p}^{\underline{\alpha}}}(\mathrm{r}) - \upsilon_{\underline{X}}^{\mathrm{p}^{\underline{\alpha}}}(\mathrm{r})\right) + \\ \sum_{\mathrm{p} \in \mathrm{P}} \eta_{\mathrm{X}}(\mathrm{p}) \left(\mu_{X}^{\mathrm{p}}(\mathrm{r}) - \upsilon_{X}^{\mathrm{p}}(\mathrm{r})\right) + \\ \sum_{\mathrm{p}^{\overline{\alpha}} \in \overline{\mathrm{P}}} \eta_{\overline{\mathrm{X}}}(\mathrm{p}^{\overline{\alpha}}) \left(\mu_{\overline{\mathrm{X}}}^{\mathrm{p}^{\overline{\alpha}}}(\mathrm{r}) - \upsilon_{\overline{\mathrm{X}}}^{\mathrm{p}^{\overline{\alpha}}}(\mathrm{r})\right) \end{bmatrix} \quad (8)$$

Burada $|\mathrm{P}|$, P'nin kardinalitesini ifade etmektedir.

Adım 4. $W_{\Upsilon_X}(r_l) = \max\{W_{\Upsilon_X}(r_k): r_k \in \mathrm{R}\}$ değerini bul.

Adım 5. Karar verici tarafından belirlenen parametreleri en iyi karşılayan nesne r_l nesnesidir.

Şimdi, inşa ettiğimiz algoritmanın bir belirsizlik problemi üzerinde nasıl uygulanabileceğini örnekleyelim,

Problem: Bir yemek şirketi kendi çalışma ortamına en uygun aşçıyı işe almak istediğini varsayalım. Bunun için bir iş ilanı yayınlar ve ilana göre istenilen parametrelerin kümesi $P = \{p_1: özverili, p_2: çalışkan, p_3: düzenli\}$'dir. İlana başvuran aşçıların kümesi ise $R = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$ şeklindedir. Yemek şirketi tarafından belirlenen parametrelerin üyelik derecelerini ifade etmekte zorlanan karar verici olan şirket yönetimi alt ve üst parametrelerin üyelik derecelerini de ifade etmeyi uygun görmüşlerdir ve $\underline{\mathrm{P}}$, P, $\overline{\mathrm{P}}$ parametre kümelerinin F-kümelerini sırasıyla $\underline{\mathrm{P}} = \left\{\frac{\mathrm{p}_1}{.35}, \frac{\mathrm{p}_2}{.2}, \frac{\mathrm{p}_3}{.45}\right\}$, $\mathrm{P} = \left\{\frac{\mathrm{p}_1}{.48}, \frac{\mathrm{p}_2}{.4}, \frac{\mathrm{p}_3}{.6}\right\}$, $\overline{\mathrm{P}} = \left\{\frac{\mathrm{p}_1}{.68}, \frac{\mathrm{p}_2}{.55}, \frac{\mathrm{p}_3}{.8}\right\}$ şeklinde ifade etmişlerdir.

Şimdi yemek şirketi yönetiminin aşçılar için değerlendirme sonuçlarını ifade eden Υ_X VFPIFS-kümesi aşağıdaki gibi verilmiş olduğunu varsayalım;

$$\Upsilon_X = \left\{\begin{array}{c} \left(\frac{\mathrm{p}_1}{.35}, \{(\mathrm{r}_1, .55, .3), (\mathrm{r}_2, .6, .2), (\mathrm{r}_3, .63, .3), (\mathrm{r}_4, .75, .2), (\mathrm{r}_5, .8, .1)\}\right), \\ \left(\frac{\mathrm{p}_2}{.2}, \{(\mathrm{r}_1, .5, .4), (\mathrm{r}_2, .76, .2), (\mathrm{r}_3, .8, .12), (\mathrm{r}_4, .6, .3), (\mathrm{r}_5, .55, .35)\}\right), \\ \left(\frac{\mathrm{p}_3}{.45}, \{(\mathrm{r}_1, .7, .2), (\mathrm{r}_2, .8, .1), (\mathrm{r}_3, .63, .3), (\mathrm{r}_4, .55, .3), (\mathrm{r}_5, .65, .2)\}\right), \\ \left(\frac{\mathrm{p}_1}{.48}, \{(\mathrm{r}_1, .5, .4), (\mathrm{r}_2, .55, .3), (\mathrm{r}_1, .6, .35), (\mathrm{r}_4, .6, .3), (\mathrm{r}_5, .6, .25)\}\right), \\ \left(\frac{\mathrm{p}_2}{.4}, \{(\mathrm{r}_1, .3, .5), (\mathrm{r}_2, .54, .25), (\mathrm{r}_1, .49, .2), (\mathrm{r}_4, .4, .42), (\mathrm{r}_5, .35, .5)\}\right), \\ \left(\frac{\mathrm{p}_3}{.6}, \{(\mathrm{r}_1, .5, .35), (\mathrm{r}_2, .6, .31), (\mathrm{r}_1, .61, .32), (\mathrm{r}_4, .42, .4), (\mathrm{r}_5, .5, .32)\}\right), \\ \left(\frac{\mathrm{p}_1}{.68}, \{(\mathrm{r}_1, .3, .45), (\mathrm{r}_2, .4, .45), (\mathrm{r}_1, .35, .6), (\mathrm{r}_4, .3, .5), (\mathrm{r}_5, .4, .5)\}\right), \\ \left(\frac{\mathrm{p}_2}{.55}, \{(\mathrm{r}_1, .2, .67), (\mathrm{r}_2, .4, .5), (\mathrm{r}_1, .45, .4), (\mathrm{r}_4, .36, .5), (\mathrm{r}_5, .28, .6)\}\right), \\ \left(\frac{\mathrm{p}_2}{.8}, \{(\mathrm{r}_1, .4, .42), (\mathrm{r}_2, .42, .35), (\mathrm{r}_1, .4, .5), (\mathrm{r}_4, .35, .5), (\mathrm{r}_5, .4, .45\}\right) \end{array}\right\}$$

Burada verilen Υ_X VFPIFS-kümesi şöyle okunmalıdır: Örneğin yemek şirketi yönetimi işe alınacak aşçının özverili olma parametresini $.48$ üyeliğinde sağlamasını ilk kararında istemiştir. Ancak bu üyeliğin bir alt sınırı (yani ne kadar taviz verebileceği konusunda da) $.35$ değerini ifade etmiştir. Benzer şekilde özveri parametresi için verilen üst sınır ise .68 olarak ifade edilmiştir. Daha sonra aşçıların bu parametreleri ne ölçüde sağladığı üyelik derecesi ve üyelik olmama derecesi yardımıyla ifade edilmiştir. Diğer parametreler için de benzer şekilde yorumlar yapılabilir.

Şimdi her bir aşçının skor değerlerini hesaplamak için Adım 3'te verilen (8) formülünden faydalanalım. Elde dilen sonuçlar her $r \in R$ için aşağıdaki gibidir:

$$W_{\Upsilon_X}(r_1) = .0016, \quad W_{\Upsilon_X}(r_2) = .1049, \quad W_{\Upsilon_X}(r_3) = .0653, \quad W_{\Upsilon_X}(r_4) = .02, \quad W_{\Upsilon_X}(r_5) = .0466.$$

Buradan açıktır ki; $\max\{W_{\Upsilon_X}(r_k): r_k \in R\} = .1049 = W_{\Upsilon_X}(r_2)$ olduğundan r_2 aşçısı işe alınmalıdır.

Bir karşılaştırma: Yukarıda verilen belirsizlik probleminin çözümü için eğer FPIFS-kümelerden faydalansaydık her bir aşçı için elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibi olurdu,

$$W_{\Upsilon_X}(r_2) = W_{\Upsilon_X}(r_3) = .1367 > W_{\Upsilon_X}(r_5) = .072 > W_{\Upsilon_X}(r_4) = .0493 > W_{\Upsilon_X}(r_1) = .0093$$

Dolayısıyla bu durumda şirket ilana başvuran aşçılar arasından en iyi aşçıyı tespit edemezler. VFPIFS-kümelerden yararlanılarak elde edilen sonuçlarda aşçılar arasındaki sıralamanın $r_2 > r_3 > r_5 > r_4 > r_1$ şeklinde olduğunu tespit etmiştik. Dolayısıyla belirsizlik ortamlarında karar vericinin karar verme süreçlerinden daha verimli sonuçlar elde edebilmesi için önerdiğimiz matematiksel yaklaşımı kullanmasını tavsiye ediyoruz.

Karşılaştırılan matematiksel modellerin arasındaki bu farklı sonuçların sebebi, VFPIFS-kümelerde, FPIFS-küme yaklaşımında olmayan sezgisel alt ve üst yaklaşım fonksiyonlarının dikkate alınmış olmasıdır.

5. Tartışma ve sonuçlar

5. Discussion and conclusions

Belirsizlik problemlerini en doğru şekilde ifade edebilmek ve bu sayede karar verme süreçlerini en ideale yakın bir şekilde yönetebilmek araştırmacıları birçok farklı hibrit matematiksel yaklaşım önermeye teşvik etmiştir. Bu çalışma daha önceden verilen FPIFS-kümelerin bir genellemesi olan VFPIFS-kümeleri literatüre kazandırarak belirsizlik ortamlarını ifade etmede daha başarılı bir matematiksel modeli inşa etmeye odaklanmıştır. Bu model sayesinde karar verici, $(0,1)$ aralığında bir değer ifade etmesi sezgisel alt ve üst yaklaşım fonksiyonları sayesinde daha kolay bir şekilde sağlanmıştır. Dahası, önerilen matematiksel yaklaşım için bazı küme işlemleri önemli özellikleri ile birlikte incelenmiştir. Ayrıca bir belirsizlik problemi örneklendirilerek bu problemin çözümü için bir karar verme algoritması önerilmiştir. Son olarak FPIFS-kümeler ve VFPIFS-kümeler arasında bir karşılaştırma analizi yapılmıştır ve sonuçlar irdelenmiştir.

Bu çalışmada önerilen VFPIFS-kümelerin FPIFS-kümelerden daha ideale yakın bir şekilde bir belirsizlik problemini ifade edebilmesi, gelecekte karşılaşılabilen belirsizlik problemleri için daha tercih edilebilecek bir matematiksel modeldir. Dahası, karar vericinin bir değeri ifade etmesindeki sağladığı avantaj önerilen matematiksel modele olan ilgiyi arttırabileceğini düşündürmektedir.

Teşekkür

Acknowledgement

Makalenin incelenmesinde göstermiş oldukları sabır ve anlayıştan dolayı, ilgili editör ve hakemlere teşekkür edilmektedir.

Yazar katkısı

Author contribution

Bu çalışmada makale fikrinin oluşturulması, makalenin ilerleyişinin denetlenmesi, ilgili tabloların/bulguların ve sonuç kısmının değerlendirilmesi tarafımca yapılmış ve bu adımları barındıran her süreçte görev alınmıştır.

Etik beyanı

Declaration of ethical code

Bu çalışmada, “Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi” kapsamında uyulması gerekli tüm kurallara uyulduğunu, bahsi geçen yönergenin “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler” başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbirinin gerçekleştirilmediğini taahhüt ederiz.

Çıkar çatışması beyanı

Conflicts of interest

Yazarlar herhangi bir çıkar çatışması olmadığını beyan eder.

Kaynaklar

References

Atanassov, K. T. (1986). Intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems, 20(1)*, 87–96.

Çağman, N., Cıtak, F., & Enginoğlu, S. (2010). Fuzzy parameterized fuzzy soft set theory and ıts applications. *Turkish Journal of Fuzzy Systems 1*(1), 21–35.

Çağman, N., Cıtak, F., & Enginoğlu, S. (2011). FP-soft set theory and ıts applications. *Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics, 2*(2), 219–226.

Dalkılıç, O. (2020). An application of VFPFSS’s in decision making problems. *Journal of Polytechnic*, https://doi.org/10.2339/politeknik.758474.

Dalkılıç, O., & Demirtas, N. (2020). VFP-soft sets and ıts application on decision making problems. *Journal of Polytechnic*, *24*(4), 1391-1399. https://doi.org/10.2339/politeknik.685634.

Deli, I., & Çağman, N. (2016). Application of soft sets in decision making based on game theory. *Annuals of Fuzzy Mathematics and Informatics, 11*(3), 425-438.

Demirtaş, N., & Dalkılıç O. (2019). An application in the diagnosis of prostate cancer with the help of bipolar soft rough sets. *2019 International Conference on Mathematics and Mathematics Education (ICMME)* (pp. 283-284), Konya.

Demirtaş N., Hussaın, S., & Dalkılıç, O. (2020). New approaches of inverse soft rough sets and their applications in a decision making problem. *Journal of Applied Mathematics and Informatics, 38*(3-4) 335-349.

Irkin, R., Ozgur, N.Y., & Tas, N. (2018). Optimization of lactic acid bacteria viability using fuzzy soft set modelling. *An International Journal of Optimization and Control: Theories and Applications, 8*(2) 266-275.

Kalaichelvi, A., & Malini, P.H. (2011). Application of fuzzy soft sets to investment decision making problem. *International Journal of Mathematical Sciences and Applications*, *1*(3) 1583-1586.

Karaca, F. & Taş, N. (2018). Decision making problem for life and non-life insurances. *Journal of Balıkesir University Institute of Science and Technology, 20*(1) 572-588.

Maji, P. K., Biswas, R., & Roy, A. R. (2001a). Fuzzy soft sets. *Journal of Fuzzy Mathematics 9*(3), 589–602.

Maji, P. K., Biswas, R., & Roy, A. R. (2001b). Intuitionistic fuzzy soft sets. *The Journal of Fuzzy Mathematics 9*(3), 677–692.

Molodtsov, D. A. (1999). Soft Set Theory–First Results. *Computers and Mathematics with Applications 37*(4–5), 19–31.

Nihal, T., Özgür, N.Y., & Demir, P. (2017). An application of soft set and fuzzy soft set theories to stock management. *Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 21*(3) 791-796.

Özgür, N.Y., & Nihal, T. (2015). A note on application of fuzzy soft sets to investment decision making problem. *Journal of New Theory*, (7), 1-10.

Saeed M., Ahmad M.R., Saqlain M., & Riaz, M. (2020). Rudiments N-framed soft sets. *Punjab University Journal of Mathematics, 52*(5) 15-30.

Selvakumari, K. (2018). Solving game problem using weighted soft sets. *Journal of Computer and Mathematical Sciences, 9*(10), 1307-1311.

Sulukan, E., Çağman, N., & Aydın, T. (2019). Fuzzy parameterized intuitionistic fuzzy soft sets and their application to a performance-based value assignment problem. *Journal of New Theory,* (29), 79-88.

Zadeh, L.A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, *8*, 338-353.

Zou, Y., & Xiao, Z. (2008). Data analysis approaches of soft sets under incomplete information. *Knowledge-Based Systems, 21*, 941–945. https://doi.org/10.1016/j.knosys.2008.04.004