Kantil Regresyon Analizinde Bootstrap Tahmini

Seçkin Çamurlu*[1], Necati Alp Erilli[2],

*[1] Sivas Cumhuriyet Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Ekonometri, SİVAS
[2] Sivas Cumhuriyet Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Ekonometri, SİVAS

(Alınış / Received: 12.06.2019, Kabul / Accepted: 02.09.2019, Online Yayınlanma / Published Online: 02.09.2019)

Anahtar Kelimeler
Doğrusal Regresyon,
Kantil Regresyon,
Bootstrap Tahmini,
HKOK

Öz: Regresyon analizinde yardımcı analiz yöntemlerden biri de kantil regresyon yöntemidir. Kantil regresyon modelinde herhangi bir dağılım varsayımı gerekmemektedir ve çeşitli kantillere bağlı olarak parametre katsayılarını tahmin ettiği için aşırı değerlerin bulunduğu yapıdaki veri setlerinde daha iyi tahminler vermektedir. Ayrıca kantil regresyon değişen varyansın belirlenmesine imkân sağlamaktadır.
Bu çalışmada; Doğrusal regresyon ve Kantil regresyon yöntemleri tanıtılmış ve aralarındaki farklar belirtilmiştir. Bootstrap yöntemi hakkında bilgiler verilmiştir. Uygulama kısmında ise 2000-2017 yılları arası aylık Üretici Fiyat endeksi, 2 dönem gecikmesi ve Beklenti Anketi verileri kullanılmıştır. Bu veriler Bootstrap yöntemiyle belirli düzeylerde veri sayıları arttırılarak Doğrusal ve Kantil Regresyon yöntemleri Ortalama Mutlak Sapma ve Hata Kareler Ortalaması Karekökü sonuçları karşılaştırılarak hangi yöntemin en uygun modeli tahmin ettiği üzerine çalışılmıştır. Sonuçlar, Doğrusal ve Kantil Regresyon(50) yöntemlerinin OMS ve HKOK değerleri birbirine en yakın ve en küçük değerleri ile bu iki yöntem en uygun modelleri tahmin ettiğini göstermiştir.

Bootstrap Estimation in Quantile Regression Analysis

Keywords
Linear Regression,
Quantile Regression,
Bootstrap Estimation,
RMSE

Abstract: One of the auxiliary analysis methods in regression analysis is the quantile regression method. There is no distributional assumption is required in the quantile regression model and it gives better estimates in the data sets of the structure where the outliers are estimated because it predicts the parameter coefficients depending on the various quantities. In addition, the quantile regression allows for the determination of the variance. In linear regression analysis, there are requirements such that data structure is suitable for the model.
In this study; Linear regression and quantile regression methods are introduced, the differences between them are indicated. Information about the bootstrap method is given. In the application part, monthly Producer Price Index, 2 period delay and Expectation Questionnaire data between 2000-2017 were used. This data was used to increase the number of data at certain levels by Bootstrap method and to compare the results of Linear and Quantile Regression methods with Mean Absolute Deviation (MAD) and Root Means Square of Error (RMSE) to determine which method predicts the most suitable model. Results, Linear and Quantile Regression (50) methods show that the two methods with the closest and smallest values of MAD and RMSE predict the most suitable models.

1. Giriş

İstatistik, verilerden anlam çıkarma bilimidir. Verinin anlamının belirlenmesi ve veriden ilgilenilen bilginin ayıklanabilmesi için; farklı tiplerdeki veriler için çeşitli istatistiksel teknikler geliştirilmiştir. Hiçbir istatistiksel yöntem, dünyadaki bütün belirsizlikleri gideremez veya açıklayamaz. Fakat tüm bu belirsizlikleri, sayısal veya kullanışlı hale getirebilmek ve bu yolla kısmen de olsa açıklayabilmek için istatistikten yararlanabiliriz. Söz konusu istatistiksel yöntemlerin en çok bilinen ve en çok kullanılanlarından biri regresyon analizidir. İstatistiksel tahmin çalışmalarında en çok kullanılan yöntemlerden biri regresyon analizi yöntemidir. Regresyon analizi; bir bağımlı değişkenin bir veya birden fazla bağımsız değişkenle arasındaki ilişkinin matematiksel bir fonksiyon şeklinde yazılması olarak tanımlanabilir [12].

Regresyon modellerinde yer alan değişkenler arasındaki ilişkiyi açıklamak için birçok istatistiksel test kullanılmaktadır. Bu testler ile değişkenler; tek tek veya bir model çerçevesinde bütün olarak analiz edilebilir. Yine de bu testler ile doğru karar vermek çoğu zaman yeterli olamamaktadır. Doğru kararlar verebilmek için regresyon analizinin bazı varsayımlarının sağlanması gerekmektedir. Bu varsayımların en önemlisi, bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkinin şeklinin biliniyor olmasına dayanmaktadır. İyi tahminler elde etmek için değişkenler arasındaki ilişkinin durumuna göre (Doğrusal-doğrusal olmayan, parametrik-parametrik olmayan gibi) alternatif yöntemler kullanılarak çözümleme yapılmalıdır. Modelin doğrusallık varsayımının sağlanamaması durumunda doğrusal olmayan regresyon teknikleri, normallik varsayımının sağlanamaması durumlarında (diğer varsayımların etkileri hariç) ise parametrik olmayan veya yarı parametrik regresyon teknikleri kullanılmalıdır [10].

Benzer şekilde bazı gözlemlerin diğerlerine göre aşırı büyük ya da küçük olduğu durumlarda, bu gözlemlerin verinin çoğunluğuyla benzer dağılmaları beklenemez. Bu tür gözlemler, örnekleme ilişkin bilgiyi özetleyen tahmin edicileri etkileyebilir. Bir tahmin edici veride bulunan aykırı gözlem veya gözlemleri varlığından etkilenmiyorsa o tahmin edici dayanıklı (robust), etkileniyorsa dayanıklı olmayan tahmin edici olarak adlandırılır. Benzer bir yaklaşımla tahmin yöntemi de dayanıklı ve dayanıklı olmayan yöntem şeklinde isimlendirilebilir [22]. Dayanıklı regresyon yöntemlerden biri de Kantil Regresyon yöntemidir.

2. Materyal ve Metod

2.1. Kantil Regresyon

Kantil regresyon, ilk olarak regresyondaki klasik varsayımlardan hata terimlerinin normal dağılması varsayımını ihmal eden robust (sağlam) regresyon tekniği olarak ortaya çıkmıştır. Gelir dağılımındaki eşitsizlik ya da ücretlerdeki farklılık gibi verideki dağılımın bozulduğu konularda kullanımı yaygın olan Kantil regresyon, daha kapsamlı bir regresyon görüntüsü sunmak amacıyla tasarlanan bir yöntemdir. Uygulamalı istatistiğin önemli bir kısmı lineer regresyon modeli ve bu modelin tahmininde sıklıkla kullanılan "En küçük Kareler" tahmin metotlarının detaylı bir şekilde incelenmesi olarak görülebilir [13].

Kantil Regresyon, özellikle koşullu kantillerin değişkenlik gösterdiği durumlarda kullanışlıdır. Bu yöntem; kantillere bağlı olarak regresyon katsayılarının belirlendiği bir yöntemdir [5]. Çoklu doğrusal regresyon modelinde hata teriminin değişkenlerin değerinden bağımsız olduğu (varyanslar homojen) varsayılır. Kantil regresyon modelinde ise hata terimlerinin değişkenliğine izin verilir ve varyans yapısına ilişkin herhangi bir varsayım bulunmamaktadır [4].

Bağımsız değişken x' in değişen değerlerine karşı kantil regresyonlarla analiz yapmak, aşırı değerlerin varlığı durumunda daha etkin sonuçlar ortaya koymaktadır. Çoklu doğrusal regresyon doğrusu, aşırı değerleri yakalayamazken, farklı kantillerdeki kantil regresyon doğruları aşırı değerleri rahat bir şekilde yakalayabilir [20]. Kantil regresyon modeli Eşitlik.1'de verildiği gibidir:

$$Y_i = x_i\beta_\theta + e_i$$

(1)

Eşitlik.1'de verilen $x_i\,(k+1)$ boyutlu bağımsız değişkenler vektörüdür ve bağımlı değişkenin koşullu dağılımının θ'nci kantili ile bağımsız değişkenler arasındaki doğrusal regresyonu göstermektedir. β_θ; θ'nci kantil regresyonla ile ilgili parametreler vektörüdür. Kantil regresyon tahmin edicileri doğrusal programlama problemi olarak formüle edilebilir ve artıkların iki parçalı doğrusal amaç fonksiyonu optimize edilerek simpleks veya sınır metodu gibi yöntemlerle çözülebilir [14]. Kantil regresyonda amaç fonksiyonu mutlak sapmaların ağırlıklandırılmış toplamlarıdır ve Eşitlik.2'de verildiği gibidir [21].

$$\min_\beta \frac{1}{n}\left\{\sum_{i:y_i \geq x_i\beta} \theta\,|\,y_i - x_i\beta\,| + \sum_{i:y_i < x_i\beta}(1-\theta)\,|\,y_i - x_i\beta\,|\right\}$$

(2)

Amaç fonksiyonu β değişkenine göre minimize edilirse, parametre tahmini $\min \frac{1}{n}\left\{\sum_{i=1}^{n}\rho_\theta(y_i - x_i\beta)\right\}$ eşitliği yardımıyla hesaplanır. Böylece uygun θ değeri için $\hat{\beta}$ tahmin edicisi Eşitlik.3'de verildiği gibidir. Burada $0<\theta<1$'dir.

$$\hat{\beta}(\theta) = \arg\min_{\beta \in R^p}\left\{\sum_{i=1}^{n}\rho_\theta(y_i - x_i\beta)\right\}$$

(3)

Kantil regresyonda farklı kantillerde farklı sonuçlar elde edilmektedir. Bu durum bağımlı değişkenin koşullu dağılımının farklı noktalarındaki bağımsız değişkenlerdeki değişikliklere farklı tepki vermesi olarak yorumlanabilir. Uygulamada kantil değerleri genellikle 0.25, 0.50 ve 0.75 olarak alınır [2]. Kantil regresyonun en önemli özellikleri aşağıda sıralanabilir [15]:

i. Çoklu Doğrusal Regresyon yöntemi y' nin koşullu dağılımının ortalaması hakkında bilgi vermekte, kantil regresyon ise farklı kantil değerleri için y'nin x' e göre koşullu dağılımının tümü hakkında bilgi vermektedir.

ii. Kantil Regresyon; amaç fonksiyonun ifadesinin minimizasyonu, doğrusal programlama(LP) gösterimidir, bu durum da tahmin kolaylaşmaktadır.

iii. Kantiller bağımlı değişkendeki aşırı değerlere karşı kararlıdırlar.

iv. Hata terimi normal dağılmadığında, kantil regresyon tahmin edicileri çoklu doğrusal regresyon tahmin edicilerinden çok daha etkin olabilmektedir.

v. Kantil regresyon değişen varyansın belirlenmesine imkân vermektedir.

vi. Kantil regresyon amaç fonksiyonu için tahmin edilen katsayı vektörü, bağımlı değişkendeki aşırı değerlere duyarlı değildir ve yerleşimin robust bir ölçüsüdür.

vii. Farklı kantillerde farklı sonuçlar çıkması, bağımlı değişkenin koşullu dağılımının farklı noktalarındaki bağımsız değişkenlerdeki değişikliklere farklı tepki vermesi olarak yorumlanabilir.

Kantil regresyon çalışmalarında yapay sinir ağları, zaman serileri veya fonksiyonel verilerde kullanımı araştırmaları son dönemlerde literatürde yapılan çalışmalar olarak karşımıza çıkmaktadır [6, 7, 19, 25].

2.2. Bootstrap Yöntemi

Sık kullanılan "Yeniden Örnekleme" yöntemlerinden biri de Bootstrap yöntemidir. Bootstrap yöntemi ilk defa Efron (1979) tarafından ortaya atılmıştır. Bu yöntemde temel düşünce eldeki örneklemi, yığın olarak varsayıp buradan belirli sayıda tekrarlı örnekleme yaparak ilgilenilen tahmin edicinin yapay bir örnekleme dağılımını oluşturmaktır. Özellikle söz konusu tahmin edicinin örnekleme dağılımını asimptotik teori ile elde etmek zor ya da olanaksız olsa da bootstrap yöntemi güçlü bir potansiyel oluşturmaktadır [1]. Bootstrap yöntemiyle oluşturulan örneklemler, ana örneklemin istatistiksel özelliklerini yansıtacaktır [8, 16].

Örneklem verilerinin yeniden örneklenmesi mantığına dayanan bu yaklaşımda; örneklemin elde edildiği anakitlenin dağılımı konusunda bilgi varsa, örneğin normal dağıldığı biliniyorsa bu durumda "Parametrik Bootstrap" söz konusu olur. Ancak; özellikle, anakitlenin normal dağıldığı ya da örneklem hacminin en az 30 olması halinde Merkezi Limit Teoremi'nin geçerli olduğu biçimindeki varsayımlar ihlal edilmişse bu durumda dağılımlar üzerine varsayımlar gerektirmeyen "Parametrik Olmayan Bootstrap" kullanılır [17]. Model seçim kriteri olarak tahmin hatasının hesaplanmasında da kullanılan bootstrap yöntemi, regresyon modellerinde parametrelerin tahmin edilmesinde uygulanan hata terimlerinin yeniden örneklenmesi ve gözlem değerlerinin yeniden örneklenmesine dayanmaktadır [9].

Literatürde Kantil regresyon ve bootstrap yöntemleri sıklıkla çalışılmakta, farklı yöntemler ile farklı sonuçlar elde edilmektedir. Yeniden örnekleme tekniklerinden bootstrap yöntemi ile Jackknife yöntemlerinin birlikte uyumu veya diğer istatistiksel testlerdeki etkisi son yıllarda göze çarpan çalışmalardandır [2, 11, 18, 23, 24, 26].
Çalışmada uygulanacak Bootstrap ile Kantil regresyon analizi adımlarını şu şekilde sıralayabiliriz: Orijinal veriye ilk önce EKK yöntemi uygulanır. Orijinal veriden önceden belirlenen oranlarda -paket program yardımıyla- bootstrap örneklemesi ile eklenecek yeni gözlem değerleri belirlenir. Bu çalışmada orijinal veriden çekilen gözlem oranları, %25, %50 ve %100 olarak belirlenmiştir. Eşitlik.2 ve Eşitlik.3 yardımıyla her veri seti için ayrı ayrı Kantil regresyon analizi uygulanan veriler için HKOK ve OMS değerleri hesaplanır. En küçük HKOK ve OMS değerlerine sahip model, analizleri yapılan modeller arasında en iyi model olarak tanımlanır.

3. Bulgular

Uygulamada; 2000-2017 yılları arası aylık Üretici Fiyat Endeksi (ÜFE) bağımlı değişken, Üretici Fiyat Endeksi 2 dönem gecikmesi (ÜFE(-2)) ve Merkez Bankası'nın her ay gerçekleştirdiği Enflasyon Beklenti Anketi sonuçları verileri bağımsız değişken olmak üzere 4 değişkenli bir tahmin modeli kullanılmıştır. Daha sonra bu veriler üzerine Bootstrap yöntemi kullanılarak gözlem sayısı belirli düzeylerde arttırılmış olup oluşan yeni verilere Doğrusal Regresyon ve Kantil Regresyon Modeli uygulanmış ve hangi modelin daha iyi sonuçlar verdiğini Ortalama Mutlak Sapma(OMS) ve Hata Karelerinin Ortalamalarının Karekökü(HKOK) sonuçlarına göre karşılaştırılarak en uygun model belirlenmeye çalışılmıştır. Kantil Regresyon Analizi için STATA.14 programı, Bootstrap ile veri üretmek için de GRETL paket programı kullanılmıştır (GRETL paket programı "Parametrik Bootstrap Yöntemi" kullanmaktadır). Katsayıların anlamlılık sınaması için önem düzeyi $\alpha = 0.05$ olarak alınmıştır. Çalışmada ilk olarak verilere doğrusal regresyon analizi uygulanmıştır. Tablo.1'de model katsayıları ve katsayı anlamlılık değerleri verilmiştir.

Tablo.1. Doğrusal Regresyon Analizi Sonuçları

	Katsayı	**Std. Hata**	**t**	***p***
Sabit	0.0293358	0.0825514	0.36	0.723
ÜFE-2	-0.1821466	0.0554622	3.28	0.001
Beklenti	1.235237	0.0772797	15.98	0.000

Tablo.1'deki sonuçlara baktığımızda ÜFE(-2) ve Beklenti değişkenlerinin katsayıları istatistiksel olarak anlamlı ($p<0.05$) iken sabit terimin istatistiksel olarak anlamsız ($p>0.05$) olduğu görülmektedir. Tablo.2, Tablo.3 ve Tablo.4'de ise Kantil regresyon analizi sonuçları verilmiştir.

Tablo.2'de Kartil %25'e göre, Tablo.3'de Kartil %50'ye göre ve Tablo.4'de Kartil %75'e göre analiz sonuçları verilmiştir.

Tablo.2 Kantil Regresyonu (Kartil %25'e göre) Analizi Sonuçları

	Katsayı	**Std. Hata**	**t**	**p**
Sabit	-0.3386122	0.0757732	-4.47	0.000
ÜFE-2	-0.2135467	0.0509083	-4.19	0.000
Beklenti	1.150641	0.0709344	16.22	0.000

Tablo.3 Kantil Regresyonu (Kartil %50'e göre) Analizi Sonuçları

	Katsayı	**Std. Hata**	**t**	**p**
Sabit	-0.0081515	0.0943893	-0.09	0.931
ÜFE-2	-0.1416481	0.0634155	-2.23	0.027
Beklenti	1.129918	0.0883616	12.79	0.000

Tablo.4 Kantil Regresyonu (Kartil %75'e göre) Analizi Sonuçları

	Katsayı	Std. Hata	t	p
Sabit	0.1852988	0.0828245	2.24	0.026
ÜFE-2	-0.1309154	0.0556457	-2.35	0.020
Beklenti	1.425496	0.0775354	18.39	0.000

Tablo.2 ve Tablo.4'deki sonuçlara baktığımızda Kartil %25'e ve Kartil %75'e göre bütün değişkenlerin katsayıları anlamlı iken Tablo.3'teki sonuçlara göre ise Kartil %50'ye göre ise ÜFE(-2) ve Beklenti değişkenlerinin anlamlı olduğu görülmektedir. Tablo.5'de yukarıda sonuçları verilen 4 farklı regresyon yönteminden elde edilen OMS ve HKOK değerleri verilmiştir.

Tablo.5 Doğrusal Regresyon ve Kantil Regresyon Modeli OMS ve HKOK Analiz Sonuçları

Regresyon Yöntemi	OMS	HKOK
Doğrusal	0,695829	0,834164
Kantil(0,25)	0.955382	0.977436
Kantil(0,50)	0.71272	0.844227
Kantil(0,75)	0,934517	0,966704

Tablo.5'deki sonuçlara bakıldığında OMS ve HKOK değerleri karşılaştırıldığında birbirine en yakın iki sonuç olan Doğrusal ve Kantil(0.50) Regresyon yöntemiyle hesaplanan modellerin en iyi model olarak seçilebileceği görülmektedir.

Bundan sonraki uygulamalarda ise Bootstrap yardımıyla veri seti %25, %50 ve %100 oranlarında arttırılmış ve hangi modelin daha iyi sonuçlar verdiği incelenmiştir. İlk olarak veriye %25 bootstrap uygulanmış, doğrusal regresyon %25, %50 ve %75 kartillere göre elde edilen Kantil regresyon sonuçları Tablo.6'da verilmiştir.

Tablo.6 %25 Bootstrap Uygulanmış Veri için Doğrusal ve Kantil Regresyon Analizi Sonuçları

Doğrusal Regresyon Modeli Sonuçları					**Kantil Regresyon Modeli (Kartil=0.25) Sonuçları**				
	Katsayı	**Std. Hata**	**t**	**p**		**Katsayı**	**Std. Hata**	**t**	**p**
ÜFE-2	0.0476234	0.0381275	1.25	0.213	**ÜFE-2**	0.0511755	0.0443477	1.15	0.250
Beklenti	1.038761	0.0512604	20.26	0.000	**Beklenti**	0.9179069	0.0596231	15.40	0.000
Sabit	-0.0428114	0.0782394	-0.55	0.585	**Sabit**	-0.4341981	0.0910036	-4.77	0.000
Kantil Regresyon Modeli (Kartil =0.50) Sonuçları					**Kantil Regresyon Modeli (Kartil =0.75) Sonuçları**				
	Katsayı	**Std. Hata**	**t**	**p**		**Katsayı**	**Std. Hata**	**t**	**p**
ÜFE-2	0.0332344	0.0546014	0.61	0.543	**ÜFE-2**	0.0443352	0.0416977	1.06	0.289
Beklenti	1.047764	0.0734087	14.27	0.000	**Beklenti**	1.316584	0.0560604	23.49	0.000
Sabit	-0.1004928	0.1120447	-0.90	0.371	**Sabit**	0.1295337	0.0855657	1.51	0.131

Veriyi Bootstrap ile %25 oranında arttırdığımız zaman Doğrusal ve Kantil Regresyon sonuçlarımıza göre Doğrusal Regresyon Modelinde sadece Beklenti Anketi parametresi katsayısı anlamlı iken ÜFE(-2) dönem gecikmesi parametresi ile sabit katsayı parametresi anlamsız çıkmıştır. Kantil Regresyon Modelin' de ise Q_1, Q_2 ve Q_3 kantil değerlerinde ise; Q_1 kantil için Sabit katsayı parametresi ve Beklenti Anketi parametresi katsayısı anlamlı iken ÜFE(-2) dönem gecikmesi parametresi anlamsız çıkmıştır. Q_2 ve Q_3 kantilleri için ise Doğrusal Modelde olduğu gibi sadece Beklenti Anketi parametresi katsayısı anlamlı iken ÜFE(-2) dönem gecikmesi parametresi ile Sabit katsayı parametresi anlamsız çıkmıştır. Tablo.7'de ise %25 Bootstrap Uygulanmış veri için Doğrusal Regresyon ve Kantil Regresyon Modeli OMS ve HKOK Analiz Sonuçları verilmiştir.

Tablo.7 %25 Bootstrap Uygulanmış Veri için Doğrusal Regresyon ve Kantil Regresyon Modeli OMS ve HKOK Analiz Sonuçları

Regresyon Yöntemi	**OMS**	**HKOK**
Doğrusal	1.9550	4.42164
Kantil(0.25)	0.819425	0.905221
Kantil(0.50)	**0.556582**	**0.746044**
Kantil(0.75)	0.80668	0.898154

Yukarıda analiz edilen 4 modelden edilen OMS ve HKOK değerleri karşılaştırıldığında ise yine en küçük ve birbirlerine çok yakın iki sonuç olan Doğrusal Regresyon ve Kantil Regresyon(Q_2) Modeli en uygun modeller olarak karşımıza çıkmaktadır. Veriye %50 bootstrap uygulandıktan sonra, doğrusal regresyon %25, %50 ve %75 kartillere göre elde edilen Kantil regresyon sonuçları Tablo.8'de verilmiştir.

Tablo.8 %50 Bootstrap Uygulanmış Veri için Doğrusal ve Kantil Regresyon Analizi Sonuçları

Doğrusal Regresyon Modeli Sonuçları					**Kantil Regresyon Modeli (Kartil =0.25) Sonuçları**				
	Katsayı	**Std. Hata**	**t**	**p**		**Katsayı**	**Std. Hata**	**t**	**p**
ÜFE-2	0.0141685	0.0329135	0.43	0.667	**ÜFE-2**	0.0354445	0.0371901	0.95	0.341
Beklenti	0.9979871	0.040782	24.47	0.000	**Beklenti**	0.8802394	0.046081	19.10	0.000
Sabit	0.0696399	0.0737469	0.94	0.346	**Sabit**	-0.339613	0.0833293	-4.09	0.000
Kantil Regresyon Modeli (Kartil =0.50) Sonuçları					**Kantil Regresyon Modeli (Kartil =0.75) Sonuçları**				
	Katsayı	**Std. Hata**	**t**	**p**		**Katsayı**	**Std. Hata**	**t**	**p**
ÜFE-2	0.013289	0.0376273	0.35	0.724	**ÜFE-2**	-0.0069116	0.0373204	-0.19	0.853
Beklenti	0.9242525	0.0466227	19.82	0.000	**Beklenti**	1.239214	0.0462424	26.80	0.000
Sabit	0.1275748	0.0843088	1.51	0.131	**Sabit**	0.3251124	0.0836211	3.89	0.000

Veriyi Bootstrap ile %50 oranında arttırdığımız zaman Doğrusal ve Kantil Regresyon sonuçlarımıza göre Doğrusal Regresyon Modelin' de sadece Beklenti Anketi parametresi katsayısı anlamlı iken ÜFE(-2) dönem gecikmesi parametresi ile Sabit katsayı parametresi anlamsız çıkmıştır. Kantil Regresyon Modelin' de ise Q_1,Q_2 ve Q_3 kantil değerlerinde; Q_1 kantil için Sabit katsayı parametresi ve Beklenti Anketi parametresi katsayısı anlamlı iken Üfe(-2) dönem gecikmesi parametresi anlamsız çıkmıştır. Q_2 kantil için ise Doğrusal Modelde olduğu gibi sadece Beklenti Anketi parametresi katsayısı anlamlı iken ÜFE(-2) dönem gecikmesi parametresi ile Sabit katsayı parametresi anlamsız çıkmıştır. Q_3 kantil' de ise Q_1 kantil'de olduğu gibi Sabit katsayı parametresi ve Beklenti Anketi parametresi katsayısı anlamlı iken ÜFE(-2) dönem gecikmesi parametresi anlamsız çıkmıştır.

Tablo.9'da ise %50 Bootstrap Uygulanmış veri için Doğrusal Regresyon ve Kantil Regresyon Modeli OMS ve HKOK Analiz Sonuçları verilmiştir.

Tablo.9 %50 Bootstrap Uygulanmış Veri için Doğrusal Regresyon ve Kantil Regresyon Modeli OMS ve HKOK Analiz Sonuçları

Regresyon Yöntemi	**OMS**	**HKOK**
Doğrusal	**0.692931**	**0.83425**
Kantil(0.25)	0.974558	0.987197
Kantil(0.50)	**0.700581**	**0.837007**
Kantil(0.75)	1.013169	1.006563

%50 bootstrap ile analiz edilen 4 modelden edilen OMS ve HKOK değerleri karşılaştırıldığın da ise en küçük ve birbirlerine çok yakın iki sonuç olan Doğrusal Regresyon ve Kantil Regresyon(Q_2) Modeli en uygun modeller olarak analiz edilmiştir.
Son olarak veriye %100 bootstrap uygulandıktan sonra, doğrusal regresyon %25, %50 ve %75 kartillere göre elde edilen Kantil regresyon sonuçları Tablo.10'de verilmiştir.

Tablo.10 %100 Bootstrap Uygulanmış Veri için Doğrusal ve Kantil Regresyon Analizi Sonuçları

Doğrusal Regresyon Modeli Sonuçları					**Kantil Regresyon Modeli (Kartil =0.25) Sonuçları**				
	Katsayı	**Std. Hata**	**t**	**p**		**Katsayı**	**Std. Hata**	**t**	**p**
ÜFE-2	0.0035855	0.0282677	0.13	0.899	**ÜFE-2**	-0.0067293	0.0341031	-0.20	0.844
Beklenti	1.007525	0.0350757	28.72	0.000	**Beklenti**	0.8646917	0.0423165	20.43	0.000
Sabit	-0.0019507	0.0645515	-0.03	0.976	**Sabit**	-0.3007904	0.077877	-3.86	0.000
Kantil Regresyon Modeli (Kartil =0.50) Sonuçları					**Kantil Regresyon Modeli (Kartil =0.75) Sonuçları**				
	Katsayı	**Std. Hata**	**t**	**p**		**Katsayı**	**Std. Hata**	**t**	**p**
ÜFE-2	-0.0015892	0.0262697	-0.06	0.952	**ÜFE-2**	-0.0072201	0.0346729	-0.21	0.835
Beklenti	1.043559	0.0325965	32.01	0.000	**Beklenti**	1.213605	0.043236	28.21	0.000
Sabit	-0.0858464	0.0599889	-1.43	0.153	**Sabit**	0.1586572	0.0791783	2.00	0.046

Veriyi Bootstrap ile %100 oranında arttırdığımız zaman Doğrusal ve Kantil Regresyon sonuçlarımıza göre; Doğrusal Regresyon Modelin' de sadece Beklenti Anketi parametresi katsayısı anlamlı iken ÜFE(-2) dönem gecikmesi parametresi ile Sabit katsayı parametresi anlamsız çıkmıştır. Kantil Regresyon Modelin' de ise Q_1, Q_2 ve Q_3 kantil değerlerinde; Q_1 kantil için Sabit katsayı parametresi ve Beklenti Anketi parametresi katsayısı anlamlı iken ÜFE(-2) dönem gecikmesi parametresi anlamsız çıkmıştır. Q_2 kantil için ise Doğrusal Modelde olduğu gibi sadece Beklenti Anketi parametresi katsayısı anlamlı iken ÜFE(-2) dönem gecikmesi parametresi ile Sabit katsayı parametresi anlamsız çıkmıştır. Q_3 kantil' de ise Q_1 kantil' de olduğu gibi Sabit katsayı parametresi ve Beklenti Anketi parametresi katsayısı anlamlı iken ÜFE(-2) dönem gecikmesi parametresi anlamsız çıkmıştır. Tablo.11'de ise %100 Bootstrap Uygulanmış veri için Doğrusal Regresyon ve Kantil Regresyon Modeli OMS ve HKOK Analiz Sonuçları verilmiştir.

Tablo.11 %100 Bootstrap Uygulanmış Veri için Doğrusal Regresyon ve Kantil Regresyon Modeli OMS ve HKOK Analiz Sonuçları

Regresyon Yöntemi	**OMS**	**HKOK**
Doğrusal	**0.661196**	**0.81314**
Kantil(0.25)	0.907959	0.952869
Kantil(0.50)	**0.665344**	**0.815686**
Kantil(0.75)	0.858653	0.926636

%100 bootstrap ile analiz edilen 4 modelden edilen OMS ve HKOK değerleri karşılaştırıldığın da ise en küçük ve birbirlerine çok yakın iki sonuç olan Doğrusal Regresyon ve Kantil Regresyon(Q_2) Modeli en uygun modeller olarak analiz edilmiştir.

4. Tartışma ve Sonuç

İstatistiksel çalışmalarda en yaygın kullanılan yöntemlerden biri de regresyon analizidir. Regresyon Analizi; bir bağımlı değişkenin bir veya birden fazla bağımsız değişkenler arasındaki ilişkinin matematiksel bir fonksiyon şeklinde yazılması olarak tanımlanabilir. İstatistiksel çalışmalarda değişkenler arasındaki ilişkiyi daha iyi açıklayabilmek için farklı regresyon modelleri, verinin yapısına göre tercih edilmektedir. Bu çalışmada güçlü regresyon yöntemlerinden, Kantil Regresyon Analizi ve Bootstrap yöntemleri birlikte kullanılmasıyla oluşturulan tahmin modeli üzerinde çalışılmıştır. Elde edilen sonuçların doğruluğu ise doğrusal regresyon ve kantil regresyon modeli karşılaştırması ile yapılmıştır. GRETL programı yardımı ile de Bootstrap yöntemi uygulanarak veri sayısı değiştirilerek her veri için Doğrusal ve Kantil Regresyon modeli sonuçlarından hangi modelin ilişkiyi daha iyi açıkladığı incelenmiştir.
Uygulama sonuçlarına baktığımızda; Bootstrap yöntemi uygulanarak elde edilen verilerde parametrelerin anlamlılıkları bakımından kantil regresyonun, doğrusal regresyona göre daha anlamlı katsayılar elde ettiği söylenebilir. Fakat bu iki yöntemi OMS ve HKOK değerleri bakımından karşılaştırıldığında ise doğrusal regresyon yönteminin daha iyi model belirlediği görülmüştür. Bunun en önemli sebebi ise yeniden örnekleme yöntemi ile genişletilen veri yapısının, normal dağılıma yaklaşması gösterilebilir.

Bu çalışmada, farklı oranlarda kantil regresyon modelleri, farklı bootstrap sonuçları ile değerlendirilmiştir. Çalışmada kullanılan veriler ile yapılan uygulamalar sonucunda beklenenin aksine bir sonucun çıkması, değişen varyans ya da otokorelasyon gibi EKK varsayımlarının göz ardı edilmesine de bağlanabilir. İleriki çalışmalarda, bootstrap veya benzer yapılardaki yeniden örnekleme teknikleri ile elde edilen yeni veri yapılarında, EKK varsayımlarının göz önüne alınarak karşılaştırma yapılması ile doğrusal-kantil regresyon farklarının daha net anlaşılması mümkün olacaktır.

Kaynakça

[1] Aktükün, A., 2002. Asal Bileşenler Analizine Bootstrap Yaklaşımı, İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Ekonometri ve İstatistik e-Dergisi.
[2] Algamal, Z. Y., Rasheed, K. B. 2010. Re-sampling in Linear Regression Model Using Jackknife and Bootstrap, Iraqi Journal of Statistical Science, 18, 59-73.
[3] Bassett, G.W., Chen, H.L. 2001. Quantile style: return-based attribution using regression quantiles, PHYSICA-VERLAG HD, Chicago, 293-305.
[4] Baur, D., Saisana, M., Niel, S.N., 2004. Modelling The Effects of Meteorological Variables on Ozone Concentration a Quantile Regression Approach, Atmospheric Environment, vol:38, No.28, pp. 4689–4699.
[5] Chen, L., 2005. An Introduction to Kantil Regression and the QUANTREG Procedure, Statistics and Data Analysis, 213-230.

[6] Chowdhurry, J., Chaudhuri P. 2019. Nonparametric Depth and Quantile Regression for Functional Data. Bernouilli, vol.25, number 1, 395-423.
[7] Dumas, D. 2018. Relational reasoning and divergent thinking: An examination of the threshold hypothesis with quantile regression. Contemporary Educational Psychology, Volume 53, April, Pages 1-14
[8] Efron B., 1990. More Efficient Bootstrap Computations. JASA. 85(409)
[9] Efron, B., 1979. Bootstrap methods: another look at the jackknife, The Annals of Statistics, 7, 1-26
[10] Erilli N.A., Alakuş K., 2016. Parameter estimation in theil-sen regression analysis with jackknife method. Eurasian Academy of Sciences, Eurasian Econometrics, Statistics & Emprical Economics Journal, Volume: 5 S: 28 - 41.
[11] Freedman, D.A. 1981. Bootstrapping Regression Models, Annals of Statistics, 1 (6), 1218-1228.
[12] Gujarati, D.N. 2004. Basic Econometrics. THE MC-GRAW HILL COMPANIES, USA, s. 18.
[13] Koenker, R., 2005. Kantil Regression, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, USA.
[14] Koenker, R., Hallock, K.F., 2001. Quantile Regression: An Introduction, Journal of Economic Perspectives, 15, 143–156.
[15] Leping K-O., 2005. Public-Private Sector Wage Differential in Estonia: Evidence From Quantile Regression, Tartu University, Faculty of Economics and Business Administration, Tartu University Press, Orden No:431, Tartu.
[16] Smeekes, S., 2009. Bootstrapping nonstationary time series (Doctoral Thesis), Maastricht University.
[17] Stoffer, D.S., Wall, K.D., 1991. Bootstrapping State Space Models.Gaussian Maximum Likelihood Estimation and Kalman Fitler, JASA, Aralık , Vol.56. N.416, s.1024.
[18] Şahinler, S., Topuz D. 2007. Bootstrap and Jackknife Resampling Algorithms for Estimation of Regression Parameters, Journal of Applied Quantitative Methods, 2 (2), 188-199.
[19] Volgushev, S., Chao S.K., Cheng G. 2019. Distributed Inference for Quantile Regression Processes. The Annals of Statistics, vol.47, number 3, 1634-1662.
[20] Wang, H., 2007. Quantile Regression: Overview and Applications to Risk Assessment, North Caroline State University, 1-26.
[21] Wu C.F. J., 1986. Jackknife, Bootstrap and Other Resampling Methods in Regression Analysis. Am. Of Stat. 14(4): 1261-1295.
[22] Yorulmaz, Ö., 2009. Dayanıklı Regresyon Yöntemi ve Çeşitli Sosyal Veriler Üzerinde Aykırı Gözlemlerin Teşhisi, Balikesir University Journal of Social Sciences Institute,12(21).
[23] Zaman, T., Alakuş, K. 2019. Bootstrap Tahminini Kullanarak Pearson Korelasyon Katsayısının Önemliliğinin Araştırılması. Süleyman Demirel Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi Fen Dergisi, 14(1), 77-88.
[24] Zaman, T., Alakuş, K. 2019. Comparison of Resampling Methods In Multıple Linear Regression. Journal of Science and Arts, 19(1), 91-104.
[25] Zhang, W., Quan, H., Srinivasan D. 2019. An Improved Quantile Regression Neural Network for Probabilistic Load Forecasting. IEEE Transactions on Smart Grid, vol. 10, Issue:4.
[26] Zhu, J., Jing, P. 2010. The Analysis of Bootstrap Method in Linear Regression Effect. Journal of Mathemtics Research, vol.2, no:4, 64-69.

Yazar Notu: Bu çalışma; Doç. Dr. Necati Alp Erilli tarafından danışmanlığı yapılan Sivas Cumhuriyet Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Ekonometri Bölümü, Sosyal Bilimler Enstitüsü'nde yapılmış Seçkin ÇAMURLU'nun "Kantil Regresyon Analizinde Bootstrap Tahmini" Konu Başlıklı, Yüksek Lisans Tez çalışmasından türetilmiştir.