# MATEMATİK ÖĞRETİMİNDE NİTELİĞİ ARTTIRMADA TAŞIYICI SORU ÖRNEĞİ[1]

# CORE QUESTION EXAMPLE FOR IMPROVING THE QUALITY OF MATHEMATICS TEACHING

Mustafa Çağrı Gürbüz[2] Murat Altun[3] Murat Ağsu[4]

Başvuru Tarihi: 16-06-2017 Yayına Kabul Tarihi: 29-05-2018 DOI: 10.21764/ maeuefd.322021

**Özet:** Matematik öğretiminde niteliğin nasıl artırılacağı hala tartışılmaktadır. Bu çalışmanın amacı, matematik öğretiminde niteliği artırmaya yönelik öğrenme kuram ve modellerinin etkileyici yönlerini temele alan taşıyıcı sorunun matematik öğretiminin niteliğinin arttırılmasına katkısının incelenmesidir. Bu amaca ulaşabilmek için kullanılacak metotların belirlenmesinde ve bulguların yorumlanmasında yol gösterecek özel durum çalışması, araştırmanın deseni olarak belirlenmiştir. Bu durum çalışması Bursa'da bir lisenin 9. sınıfında öğrenim gören 24 öğrenci ile yapılmıştır. Araştırmada nitel veri toplama araçları kullanılmıştır. Öğretimde etkinlikler hazırlanmış ve etkinlik uygulamaları videoya kaydedilmiş ve analizleri yapılmıştır. Taşıyıcı soru, diğer öğretim tasarımlarından farklı olarak, öğretim akışının doğal olması ve öğretimin beceri ile bütünleştirilmesine yer vermesi olarak belirlenmiştir. Bu çalışmada taşıyıcı sorunun matematik öğretim amaçlarını desteklediği ve matematik öğretiminde niteliği arttırdığı belirlenmiştir. Çalışmanın sonuçlarının öğretim uygulamalarına olumlu yönde katkı yapacağı beklenmektedir.

Anahtar Sözcükler: *aktif öğrenme, gerçekçi matematik eğitimi, taşıyıcı soru, yapılandırmacılık*

**Abstract:** It is still discussed how to increase qualification in mathematics teaching. The aim of this study is to examine the contribution of the core question to the realization of the objectives of mathematics teaching, which is based on the impressive aspects of learning theories and models for enhancing quality in mathematics teaching. The specific case study that will lead to the identification of the methods to be used for this purpose and to the interpretation of the findings has been determined as a research study. This study was conducted with 24 students in the 9th grade of a high school in Bursa. Qualitative data collection tools were used in the study. Activities in teaching are prepared. Applications made during the event were recorded in the video and through video recording, the researchers made separate analyzes. Core question, unlike other teaching designs that It is determined that the flow of instruction is natural and that teaching is integrated with the skill. In this study, it was determined that the core question supports the objectives of mathematics teaching and increases the quality of teaching mathematics. The results of the study are expected to contribute positively to teaching practices.

Keywords: *active learning, constructivism, core question, realistic mathematic education.*

## Giriş

Alanda çokça çalışma olmasına rağmen bugüne kadar matematik öğretiminin en iyi bir yolu hala bulunabilmiş değildir. Bundan ötürü: "nitelikli bir matematik öğretiminden ne anlaşılmaktadır ve

[1] Bu çalışma 27-29 Nisan 2017 tarihleri arasında Çanakkale Üniversitesinde düzenlenen 7.Uluslararası Eğitimde Araştırmalar Kongresinde sunulan sözlü bildirinin geliştirilmiş halidir.

[2] Arş. Gör. Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, mcgurbuz@uludag.edu.tr. Orcid No: 0000-0003-1851-2672

[3] Prof. Dr. Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, maltun@uludag.edu.tr

[4] Doktora Öğrencisi, Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, magsu73@gmail.com

bu nasıl başarılabilir?" sorusu daha fazla araştırma gerektirmektedir (Scheiner, 2016). Bu çalışma matematik konusunu öğretiminde niteliği arttırmayı sağlayacak bir öğretim tasarımı önermeyi amaçlamaktadır. Bir öğretimde matematik öğretiminin amaçları karşılandığında öğretimin niteliğinin de artması beklenir. Bir matematik konusunun öğretimi, bilgiyi öğrenme ihtiyacının hissettirildiği giriş, soyutlamayı amaçlayan etkinlikler ve bilginin kırılganlığının giderilmesi ve kullanım alanlarıyla ilgili farkındalığın oluşturulduğu pekiştirme olmak üzere üç ana safhada ele alınabilir (Altun, 2015). Tüm bu safhalar dikkate alındığında bir öğretim etkinliğinin öğrenme beklentisi oluşturacak konunun gelişmesine ihtiyaç doğuracak bir taşıyıcı soruya ihtiyaç duyacağı söylenebilir. Öğrenmenin niteliğini arttırma ile ilgili olan bu çalışmanın içeriği matematik öğretiminin amaçları, günümüzdeki matematik algısı, matematik öğretimini etkileyen öğrenme kuramları ve geliştirilen öğretim modelleri ile yakından ilgilidir. Konuya olan ilgisi bakımından bu kavramlar aşağıda açıklanmaktadır.

**Matematik Öğretiminin Amaçları ve Matematik Algısı**

Öğretim programları matematik öğretiminin amaçları (i) problem çözme becerisini geliştirme, (ii) muhakeme ve ispat yeteneğini geliştirme, (iii) iletişimde matematikten etkin şekilde yararlanma, (iv) matematiğe değer verme duygusunu geliştirme (NCTM, 1989; Johnson & Johnson, 1991; MEB, 2011) şeklinde dört ana başlıkta toplanmıştır. Nitelikli öğretim, sonuç itibariyle, bu maddeler kapsamında yeterlilikleri sağlayan, matematikten gerek düşünme şekli olarak gerek bilgi ve beceri olarak azami yararı sağlayan öğretimdir. Öğretimin niteliği önemli ölçüde öğretimin içeriğine ve şekline bağlıdır. İçeriğin nitelikli seçimi ve öğretimin şeklinin iyileştirilmesi tüm alt amaçlara ulaşmayı garanti edebilir (Altun, 2015).

Matematik algısının da öğretimden beklentiler ve buna bağlı olarak öğretimin şekli ve içeriği üzerinde etkisi olmaktadır. Matematik günümüzde eskisi gibi, öğrenilmesi gerekli soyut kavramların ve becerilerin bir koleksiyonu değil, realitenin modellenmesini temel alan, problem çözme ve anlamlandırma süreci ile oluşan bilgi ve yine bu süreç içerisinde gelişen beceriler olarak algılanmaktadır (Santos-Trigo, 1996). Matematik öğrenmenin hedefi de güncel matematik algısına bağlı olarak soyut matematiksel kavram ve becerileri kazandırmaktan ziyade, matematiksel yatkınlık kazandırmak olmuştur. Burada sözü edilen matematiksel yatkınlık bilişsel ve heyecansal bir hadise olup, matematik ve problem çözmeye ilişkin birikim ve inançlarla bireylerin olayları matematiksel bir anlayış olarak ele alması kastedilmektedir (De Corte, 2004). Bu tanımlamalar günümüzde matematik öğretiminde sonuçtan çok sürecin önemli olduğunu ortaya koymaktadır.

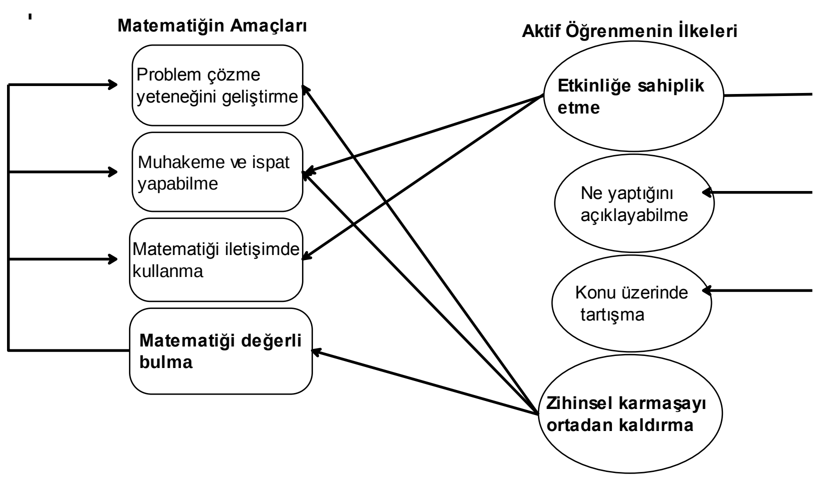
**Öğrenme Kuram ve Modelleri**

Matematik öğretimini etkileyen öğrenme kuramlarının başında yapılandırmacı kuram gelmektedir. Sadece matematik değil tüm öğrenme alanlarında kabul gören yapılandırmacı öğretim, bilginin nasıl oluştuğu, insanın bilgiyi nasıl elde ettiği ile ilgili bir kuramdır. Bu kuramın temelinde, bilginin dış dünyada bireyden bağımsız olarak var olmadığı ve bireyin zihnine başka birileri tarafından aktarılmadığı, bunun aksine bireyin kendisi tarafından zihninde oluşturulduğu düşüncesi vardır. Yapılandırmacı öğrenmede, bireyin bilgi ve beceri kazanma sürecine, bilinçli ve güçlü bir katılımı vardır (Nelissen ve Tomic, 1998). "Bilginin yapılandırılması" deyimi özne olarak öğrenciyi düşündürmektedir. Aslında bugün anlaşılmaktadır ki öğrenme, yöntem ne olursa olsun birey tarafından yapılandırılarak oluşturulmaktadır. Öğretim şekli öğrenmeyi ya kolaylaştırır ya da zorlaştırır. Bu çerçeveden bakınca öğretmenin işi bir anlamda "bilginin yapılandırılmasını gerçekleştirmede en uygun yol-yöntem nedir?" sorusuna cevap aramaya dönüşmektedir. Yapılan öğretim uygulamaları matematiksel kavramların tümü veya büyük bir bölümü uygun öğrenme etkinlikleri düzenlendiği takdirde öğrenciler tarafından oluşturulabilir nitelikte olduğunu ortaya koymaktadır. Bu noktada Piaget'in (1973) "Çocukların kendi başlarına bulabilecekleri şeyler, onlara söylendiğinde onların bu şeyleri kendi kendine bulma, özümseme ve kendi kavramsal yapılarını oluşturma fırsatları ellerinden alınmış olur," sözü yapılandırmacı öğretimin önemini ortaya çıkarmaktadır. Bybee vd. (2006) yapılandırmacı öğretime uygun bir ders yapmak için 5E öğretim modelini geliştirmiştir. Beş basamaktaki eylemler olarak tarif edilen bu modeldeki süreçler; (i).Öğrencinin öğrenme konusuna veya ortaya atılan probleme karşı merak uyandırılmasını içeren bir "Giriş", (ii). Öğrenciler birlikte veya bireysel olarak düşünceler üretmesini içeren "Keşfetme", (iii). Öğrencilerin yaptıklarını tanımlamaları ve açıklamaları için teşvik edildiği "Açıklama", (iv). Öğrencilerin öğrendiklerini yeni durumlarda kullanmaları için teşvik edildiği "Derinleşme" ve (v). Öğrencilerin düşünme tarzlarında ya da davranışlarında ne tür değişikler olduğunu açıkladıkları "Değerlendirme" basamağıdır. 5E modeli öğretmenin rehberlik ettiği ve öğrencilerin aktif olarak katıldıkları bir süreçte öğrenmeye imkân sağlamaktadır.

Matematik öğretimini etkileyen bir başka kuram "Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME)" dir. GME'ye göre matematik tarihte gerçek hayat problemleri ile başlamış olmasına rağmen bugünkü formal matematik bilgi ve gerçek hayatın matematikleştirilmesi ile elde edilmiştir. Geleneksel öğretime bir meydan okuma olarak ortaya çıkmış olan GME'ye göre matematik öğretimi gerçek hayat problemleri ile başlamalı ve matematik yapma gereksinimi öğretimin ana ilkesi olmalıdır (Gravemeijer, vd., 1990). GME'ye göre matematikte formal bilgiye ulaşma öğretim sürecindeki son basamaktır. Dolayısıyla öğretimde tanımlara en son ulaşılması gerekir. Oysaki mevcut sistemde tanım vererek derse başlamakla, öğretime son noktadan başlamış olmaktayız. Matematik öğretiminde öğrencinin çalışabileceği, denemeler yapabileceği bir ortamın hazırlanması gerekir, öğrenme şekli ise sürecin matematikçi tarafından keşfi şeklinde olmalıdır. GME'nin üç temel ilkesi vardır: Bunlar sürecin yeniden keşfi, yönlendirilmiş keşfetme ve kendi kendine gelişen modellere yer vermedir. GME esas itibariyle yapılandırmacı karaktere sahiptir. Yapılandırmacı kuram ile farklılıkları, bilgi oluşturmada izlenen yollarda ortaya çıkmaktadır (Gravemeijer, 2004). GME'nin uygulanmasında önemli sorun öğrencinin konuya ilgisi noktasındadır. Öğrencinin ilgi duymadığı durumda öğrenme gerçekleşmez.

Öğretimin düzenlenmesinde önemli başka bir kavram olan Aktif öğrenme, öğrencilerin kavram ve genellemeleri yapılandırabilmesi için, öğrenme etkinliklerinin nasıl düzenlenmesi gerektiğini açıklamaktadır. Öğrenme etkinlikleri sürecin sorumluluğunu öğrencinin taşımasını, öğrenme sürecinin çeşitli yönleri ile ilgili karar alma ve öz düzenleme yapma fırsatlarının verilmesine dikkat edilir (Açıkgöz, 2003). Aktif öğrenme etkinliklerinin içeriğinde yer alan sorular önceden kesin bir şekilde belirlenmiş olmasından ziyade açık uçludur. Matematikte öğrenme çalışmaları, aktif öğrenmenin uygulanması için uygun bir içeriğe sahiptir (Kyriacou, 1998). Öğrencinin bilgiyi yapılandırabilmesi için öğrenme etkinlikleri düzenlerken ilkesel olarak; etkinliğe öğrencinin sahiplik etmesi, öğrencinin ne yaptığını açıklayabilmesi, öğrencinin arkadaşlarıyla ve öğretmeniyle konu üzerinde tartışabilmesi ve öğrenme olayı gerçek hayattan bir karmaşayı açıklar nitelikte olmasına dikkat edilir (Altun, 2015).

Taşıyıcı soru, aktif öğrenmenin hangi ilkesinin diğer ilkelerini beslediğini, aktif öğrenmenin hangi ilkelerinin matematiğin amaçlarının hangilerini doğurduğunu ve matematiğin amaçlarının arasındaki besleme ilişkisini ifade eden şekil aşağıda görülmektedir.




Şekil 1. *Matematik Öğretiminin Amaçları ile Aktif Öğrenmenin İlkeleri Arasındaki İlişki*

Aktif öğrenme ilkelerinin güçlü yanlarını kullanan taşıyıcı sorunun kontrol listesinde yer alan ilke ve amaçlar Şekil 1'de koyu olarak belirtilmiştir. Yukarıda özetlenen öğretim kuramlarının hemen hepsinde öğrencinin ilgisini çekecek soru veya soruların tartışılması ve kavrama buradan ulaşılması vardır. Bu çalışmada soru veya sorulara öğretimin gerçekleşmesindeki işleri dikkate alınarak taşıyıcı soru adı verilerek ve bu sorunun yapı ve özelliklerini tartışarak öğretimdeki katkısı incelenmektedir.

## Taşıyıcı Soru

Yapılandırmacı yaklaşım temelinde "Taşıyıcı soru" öğrencinin ön bilgileri ile çözülebilecek ve yeni bilginin üretilmesine fırsat verecek bir sorudur (Altun, 2015). Şimdi nitelikli öğrenmeye hizmet edeceğini varsaydığımız bir eğitim etkinliğinin temel özellikleri için bir liste verebiliriz.

Bu listenin temel yapıtaşlarını matematik öğretiminde niteliği arttırmaya yönelik kuram ve modellerin etkileyici yönleri oluşturmaktadır. Bir öğrenme etkinliği üç boyutta ele alınabilir. Bu boyutlar "öğrencinin öğrenilen bilgi ve/veya beceriyi değerli bulması", "öğrencinin etkinliği sahiplenmesi" ve "matematiksel bilgiyi genişletme" alt başlıkları ile verilebilir.

Birinci boyut matematiğin değerli bulunması ile ilgilidir. Başka bir ifadeyle ile "etkinlik öğrencinin öğrenilen matematiksel bilgiyi değerli bulmasına yol açmalıdır." Bu nedenle;

i) Öğrenme etkinliği günlük hayattan bir kesiti yansıtmalıdır ve gerçek hayatın bir karmaşasına açıklık getirmelidir.

ii) Öğrenme etkinliği öğrencinin ilgi alanına düşmelidir.

Öğrencinin öğrenilen matematiği değerli bulmasının en temel iki yararından birincisi "Niçin öğreniyoruz?" sorusunu ortadan kaldırmasıdır. Bu sonuç çok önemlidir ve aşılmadıkça öğrenciler öğrenme eylemi içinde görünseler bile öğrenmenin asıl hedefi olan "gelişim için öğrenme" olmaktan çıkar, yüksek not alma, sınıf geçme, öğretmen ve aile beğenisi vb. gibi nedenlerle öğrenmeye dönüşür. Daha da ilerisi öğrencinin öğrenme faaliyetinden kopması ile sonuçlanabilir. Aşıldığı takdirde öğrenciler sorunun çözümüne ilgi duyar ve çözüme girişmeye hazır hale gelirler. İkinci yararı konunun içselleştirilmesine yol açmasıdır ki bu durum öğretimin niteliğini önemli ölçüde artırır. Öğrencinin öğrenme olayını içselleştirmesi, etkinliklere katılımın kalitesini arttırır hatta öğrenmelerinin sorumluluğunu alarak çözüm yöntemini ve içeriği tartışabilir, süreçteki eksikliklerinin giderilmesini talep edebilirler. Bilginin değerli bulunması "Bir A4'ün bir kenarı üzerine kat kurmakla oluşan silindirlerden hangisinin hacmi fazladır?" (Altun, 2015) örneğinde olduğu gibi, sorunun sorulması ile çalışmanın başında oluşur. Derse böyle bir soru ile başlayan öğretmen, öğrencilerin dikkatini derse çekmekte, derse karşı merak uyandırmakta ve derse katılımı arttırarak öğrenmenin niteliğinin artmasını sağlamaktadır.

İkinci boyut öğrencinin etkinliği sahiplenmesi ile ilgilidir. "Öğrencinin etkinliği sahiplenmesinin" göstergeleri GME ve Yapılandırmacı öğrenmenin özellikleri esas alınarak şöyle sıralanabilir:

i) Öğrenciler, çalışmada (öğrenme etkinliğinde) ne yaptıklarını kendi cümleleri ile anlatabilmeli, arkadaşları ve öğretmenleriyle fikir alışverişinde bulunabilmelidirler.

ii) Öğrenciler konu üzerinde tartışma açabilmeli, öneriler sunabilmeli ve önerilerini savunabilmelidir.

Öğrencinin etkinliği sahiplenme düzeyi, çalışmaya katılım şeklinden anlaşılabilir. Aktif katılım dinleme, soru sorma, öneri sunma, öneriyi savunma şeklinde gözlenebilir (Öncü, 2007). Bunlardan daha ileri giderek öğrencilerin sürece ilişkin öneri getirmesi ve çalışmanın sonunda etkinliği nasıl bulduklarına ilişkin görüşlerini söylemeleri de nitelikli katılımın işaretçileridir (Turner&Patrick,2004). Katılımın gerçekleşmesini doğal olarak sağlamak gerekir ve bu durum önemli ölçüde taşıyıcı sorunun iyi seçilmesine bağlıdır. Soru, anlaşılması basit fakat çözümü kısmen karmaşık bir soru olmalıdır. Sınıfta ön koşulsuz oluşturulan grupların çalışmalarına zaman ayrılması, gerekçelerini açıklamalarına fırsat verilmesi, derin düşünme ortamı oluşturulması için yönlendirici sorulara yer verilmesi katılımın niteliğini arttırır. “Bağlamsal sorular ilgi çekme bakımından bazı avantajlara sahiptirler. Sorunun bireysel veya toplumsal yaşamla ilgili karar almaya yardımcı olacak nitelikte olması katılımın, doğal akış içinde gerçekleşmesine yol açar. Burada önemli bir husus, grup üyelerinin sonuç hakkında bir tahminlerinin veya öngörülerinin açıklamalarını istenmesidir. Çünkü bir tahminde bulunmak bir pay sahibi olmaktır ve birey kendi tahminin doğru olması beklentisinde olduğu için çalışmaya kilitlenir.

Üçüncü boyut Matematiksel bilgiyi genişletme ile ilgilidir. Öğrenme etkinliği hem konunun ayrıntılı olarak öğrenilmesi için hem de yaşamsal uygulamalar için uygun bir içeriğe sahip olmalıdır. Bunun için;

i) Öğrenci öğrenme sürecini bazı bakımlardan kritik etmeli ve öğrenme sürecine katkı yapabilmelidir.

ii) Taşıyıcı soru konunun genişletilmesine uygun olmalıdır. Yani konunun yeni formlarının öğretimine de katkı verebilecek nitelikte yeni benzer sorular oluşturmaya uygun olmalıdır.

Etkinliğin etki alanı taşıyıcı sorunun yeni formlarının üretilebilir olması ile doğrudan ilgilidir. Yine A4’ ten tasarlanan silindirler sorusunun tartışılmasını takiben, A4’ ten tasarlanan düzgün çokgen dik prizmalar için aynı sorunun ifade edilmesi mümkündür. Yani “yanal yüzü“A4’ ten tasarlanan üçgen, kare ve düzgün altıgen prizmalardan hangisi daha fazla hacme sahiptir?” sorusu taşıyıcı sorunun yeni bir formudur ve değişik cisimlerin hacimlerinin hesabının tartışılmasına imkân verir. Taşıyıcı sorunun genişleme şeklinin ve yeni formlarının güçlük derecelerinin belirlenmesinde Polya(1945)’nın “Problem Çözme Süreci” ilgili verdiği açıklamalardan yararlanılabilir. Bu noktada özellikle çözümün değerlendirilmesi (lookingback) safhasındaki ayrıntıdan yararlanılabilir. Bu safhada yer alan, problemin benzerlerinin ifade edilmesi ve çözülmesi bilginin genişlemesine ve genellemesine yardım eder.

Bu çalışmada yukarıda özetlenen öğretim kuramlarının güçlü yönlerini dikkate alarak bir ders tasarımı önermek amacıyla taşıyıcı soru tartışılmıştır. Bu çalışmanın amacı, matematik öğrenme kuram ve modellerinin etkileyici yönlerini temele alan taşıyıcı sorunun matematik öğretiminin niteliğinin arttırılmasına katkısının incelenmesidir. Bu amaç doğrultusunda dört temel problem cümlesi şu şekilde ifade edilebilir;

Taşıyıcı sorunun matematik öğretiminin amaçlarının gerçekleştirilmesine katkısı olumlu mudur?

Taşıyıcı soru öğrencinin matematiği değerli bulmasına katkı sağlamış mıdır?

Taşıyıcı soru öğrencinin etkinliğe sahiplik etmesinde katkısı nasıldır?

Taşıyıcı soru öğrencinin matematiksel bilgiyi genişletmesindeki rolü nasıldır?

## Yöntem

Bu çalışmada matematik eğitimi alanında yaygın olarak kullanılan ve yukarıda açıklamaları yapılan öğretim kuram ve modellerinin güçlü yanlarından etkilenilerek geliştirilmiş olan öğrencilerin derse daha aktif katılmalarına olanak sunması ve öğrenilen bilginin genişletilmesini beklediğimiz taşıyıcı sorunun kullanılması amaçlanmıştır. Bu bakımdan araştırma durum çalışması olarak ele alınmıştır. Durum çalışması, yöntemsel seçimden ötede neyin inceleneceğine dair bir seçimdir, İncelenen konuyu analitik veya bütüncül olarak yorum bilimsel ve kültürel olarak karmaşık yöntemlerle araştırabilmeye olanak sağlayan bir yöntemdir (Stake, 2000; 435). Bu araştırmada Açıklayıcı durum çalışması tercih edilmiştir. Açıklayıcı durum çalışması, bir durum hakkında bilgi vermek, aşina olunmayan durumları bilindik hale getirmek ve gerçek hayattaki durumları ile var olan bağlantılarını açıklamak için kullanılan bir yöntemdir (Baxter & Jack, 2008; Davey, 1991). Burada açıklayıcı durum çalışmasının tercih edilme nedeni öğretimde niteliği artıracak olan farklı kuram ve modellerden beslenen taşıyıcı sorunun matematiğin öğretim amaçlarına hizmet etme durumlarını açıklayabilmede destekçi olacağı düşüncesidir. Bu çalışma Bursa ilinde bir lisede öğrenim gören 24 kişiden oluşmuş 9. Sınıf öğrencileri ile yapılmıştır. Çalışmanın yapıldığı okulda araştırmacılardan biri çalışma grubunun seçildiği sınıfların matematik dersi öğretmenidir. Çalışmanın yapılması sırasında belirtilen nedenlerden dolayı bir Hawthorne etkisi [5] beklenmemiştir (Karasar, 1995). Bu çalışma iki aşamada yürütülmüştür. Birinci aşama kuramsal bir çalışma olup matematik öğretimi konusu ile ilgili kuram ve modellerin incelendiği bölümdür. İkinci aşama taşıyıcı sorunun tartışıldığı bölümdür. Bu kısım “taşıyıcı soru” merkezli öğretimin etkililiğinin ve uygulanabilirliğinin test edilmesinden oluşmaktadır. Burada “taşıyıcı soru”, konuya karşı öğrenme beklentisi oluşturması umulan seçilmiş bir problem veya problem durumudur. Özetle diğer öğrenme kuram ve modellerinin etkileyici yönlerini temele alan taşıyıcı sorunun kullanıldığı öğretimin tasarlanması ve test edilme sürecinin analizidir.

### Verilerin Toplanması ve Analizi

Bu çalışmada veri toplama işlemi 2015-2016 Öğretim yılının Bahar döneminde araştırmacılardan birinin aktif olarak öğretmenliğini sürdürdüğü doğal sınıf ortamında yapılmıştır. Durum çalışmasında yaygın olarak kullanılan veri toplama yöntemlerinden görüşme ve katılımcı gözlem seçilmiştir (Gillham, 2000; Yin, 2003). Bu çalışma 2 ders saati süresinde tamamlanmıştır ve dersin işlenişi video ile kayıt altına alınmıştır. Dersin işleyişinde doğal ortamından öğrencilerin fikirleri matematiksel sorular aracılığıyla sorgulanmıştır. Veri toplamak amacıyla öğrencilere temel soru adı altında taşıyıcı soru yöneltilmiştir. Öğrencilerin taşıyıcı soruya verdikleri cevaplar

[5] Hawthorne çalışmalarının temelinde, izlendiklerini bilen kişilerin iyi işleri yapmaya motive etmek olduğundan bu çalışmadaki deneklerin başarılarında ivmelenme olmaları normal karşılanmaktadır.

ve davranışları ise öğretmen tarafından gözlemlenmiştir. Burada öğrencilerin davranışlarına ve cevaplarına odaklanılmasında temele alınan, kavramın öğrenilmesi durumunun davranışlar aracılığıyla sorgulanmasıdır (Bandura, 1989; Bandura, 1999). Önerilen ders tasarımının etkililiği öğrencilerin ders sırasında oluşan ve gözlenen öğrenmeye yönelik davranışları ile ölçülmüştür. Ölçülen davranışlar her araştırmacı tarafından ayrı ayrı olmak üzere Matematik öğretiminin amaçlarına ulaşılması bakımından öğrencilerin davranışları analiz edilmiştir. Ayrıca ders işleyişi sırasında kullanılan video kayıtların analizinde araştırmacılar, taşıyıcı sorunun boyutları; "öğrencinin matematiği değerli bulması", "öğrencinin etkinliği sahiplenmesi" ve "matematiksel bilgiyi genişletmeye olanak sağlaması" üzerine ayrı ayrı geliştirilen sorular aracılığıyla sorguladılar (Ek-1). Aşağıdaki tabloda soruların hangi amaca hizmet ettikleri görülmektedir.

Tablo 1. *Taşıyıcı sorunun boyutlarının belirlenmesinde kullanılan sorular*

| Amaçlar | Sorular |
|---|---|
| Matematiği değerli bulma | Fotokopi üçgen |
| Öğrencinin etkinliğe sahiplik etmesi | Temel orantı teoremi- Thales teoremi |
| Matematiksel Bilgiyi genişletme | Benzerlikten yararlanarak Öklid kurallarının bulunması |

Son olarak araştırmacılar belirlenen 3 kategori ve video kayıtlarda gözlemledikleri davranışları karşılaştırma, destekleme ve açıklama süreçlerini beraber karar vermişlerdir. Matematik öğretiminin amaçları ile taşıyıcı soru için belirlenen 3 kategori karşılaştırılarak tartışılmıştır. Bu durum araştırmacı yanlılığını kontrol altına almaya yöneliktir. Tüm bu süreçlerin seçilmesinde Yin (2003) tarafından tanımlanan ve durum çalışmasının niteliğini arttırdığını ifade eden geçerlik ve güvenirlik adımları dikkate alınmıştır.

**Uygulama Süreci**

Öğretmenin derse girişinde kullandığı "taşıyıcı soru" şu şekildedir: Öğretmen öğrencilere dersin konusunu bildirmeden elinde biri küçük diğer ikisi yaklaşık aynı boyutta ve büyük iki üçgen göstererek, "çocuklar fotokopiciden şu küçük üçgenin büyültülmüş bir fotokopisini istedim, çekti ve bir dosya içinde verdi. Odama gelince açtığımda dosyada bir küçük, iki büyük üçgen olduğunu gördüm. Muhtemelen bir başka evrak karışmış her masaya bir küçük diğer ikisi büyük üçgenlerin fotokopisini vererek, benim üçgenimin büyütülmüş fotokopisi hangisidir? Anlayamadım. Bana yardımcı olabilir misiniz? "dedi. Küçük üçgen büyütülmüş fotokopisi ve haricen karışan üçgen olmak üzere üç şekil masalara (2-3 kişilik öğrenci grubu) verilerek öğrencilerin çalışmaları istendi.

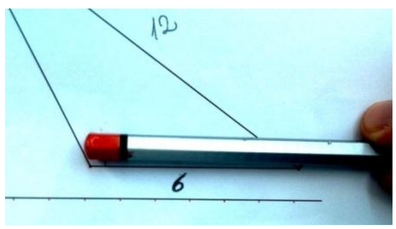
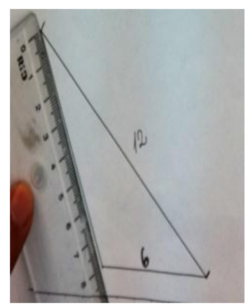
Öğrenciler soruyu anlamada zorlanmadılar. Şekiller, bakılarak ayrılacak kadar farklı değillerdi. Hemen kâğıtlara odaklandılar ve kenar uzunluklarının değişik materyallerle ölçmeye başladılar.

Öğrencilerin çeşitli ölçme ve değerlendirme safhalarını sunmalarından sonra doğru bilgiye nasıl ulaşılacağı üzerine tartışmalara gelindi. Çünkü öğrenciler ellerinde bulunan materyalleri kullanarak orantı ile hesaplamaya yöneldiler.

A: "O zaman doğru ölçüme ulaşabilmek için ne yapmalıyız?"

Ö3: "Hocam cetvel ile ölçeriz, çünkü cetvelde zaten cm'ler yazıyor."

A: "Çok güzel, cetvelle ölçün bakalım."

| Örnek-1 | Örnek-2 |
| --- | --- |
|  |  |

Şekil 1. *Öğrencilerin ölçme çalışmalarından örnekler*

Küçük üçgenin kenar uzunlukları 3cm, 4cm, 6cm idi. Hem küçük hem de büyük üçgenin kenarlarını ölçmede ölçü aracı kullananlar 6cm, 8cm, 12cm sonuçlarına ulaştılar. Çalışmaları için yeterli süre geçtikten sonra cetvelle ölçen gruplardan birinin çalışmasını sınıfla paylaşması istendi. Büyük üçgenlerin kenar uzunluklarının 6cm, 8cm, 12cm diğerini 6.2cm, 8.5cm, 12.6cm olarak ölçtüler. Kenarları 6cm, 8cm, 12cm olan üçgende her kenarın iki katına çıktığını gördüklerini belirttiler.

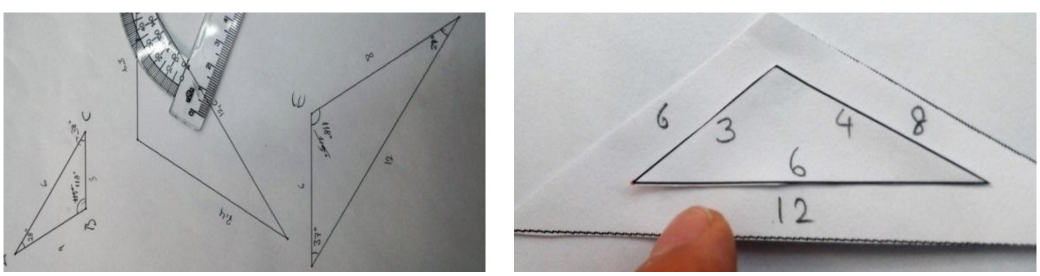
A: "Bulduğumuz sonuçları değerlendirdiğinizde sizce fotokopi ile büyültülen üçgen hangisi olabilir neden?"

Ö4: "Biz ölçümlerimizde iki üçgenin kenar uzunlukları arasında bir ilişki var; tam olarak bir üçgenin kenarları orijinal üçgenin kenarlarının iki katı kadar büyük çıktı diğerinde ise durum böyle çıkmıyor. Bizim düşüncemiz bu üçgen fotokopi ile büyütülmüş diğerini bilmiyoruz."

Ölçmede hata yapan öğrencilerden bu fikirlere karşı çıkanlar oldu. Tekrar yapılan ölçümlerde ve ölçme safhalarının diğer gruplar tarafından anlatılması sonucunda onlarında bu fikri destekledikleri görüldü. Öğrencilerden fotokopi sonucu büyüyen kenarları karşılıklı olarak göstermeleri ve matematiksel olarak ifade etmeleri istediğinde benzerliğin temel gösterimini ifade edebildikleri görülmüştür. Bu sonuç, üçgenlerden orijinal olanın kenarlarını a, b, c fotokopi olanın kenarlarını d, e, f ile gösterecek olursak;

$\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{d}} = \frac{b}{\mathrm{e}} = \frac{c}{\mathrm{f}} = 2$ şeklinde yazılır.

Sürecin ikinci aşamasında öğrencilerden, benzerliğe ilişkin fikirlerini genişletmek amacıyla öğretmenin "üçgenin kenarları aynı oranda büyüdü peki açıları?" sorusu yöneltildi ve öğrencilerin öneri sunmaları beklenmiştir. Öğrenciler ise "parmak açıklığıyla", "iletki ile" ve "üçgenleri kesip açıları üst üste gelecek şekilde koyarak" karşılaştırabileceklerini söylemişlerdir. Öğrenciler aralarında tartışmış, parmak açıklığıyla doğru sonuca varamayacakları kanaatine ulaşmışlardır. Öğrencilerin arasındaki tartışmalar sonucunda iletki ile ölçen öğrencilerin tam olarak açı değerlerini bulmada zorlandıkları hatta yanlış buldukları görülmüştür. Öğrencilerin yanlış ölçtüklerinin farkına varmalarını sağlamak amacıyla öğretmen "açılarını ölçtüğünüz üçgenin iç açıları toplamı 1800 çıktı mı?" şeklinde soru yöneltmiştir. Öğrenciler hemen buldukları değerlerin sağlamasını yapmışlardır. İletki ile ölçen öğrenciler hatalı ölçüm yaptıklarının farkına varmışlardır. Üçgenin iç açıları toplamını 1800'den fazla bulduklarını fark etmişlerdir. Bu şekilde ölçme yaptıklarında öğrenciler zorlandıklarını ifade etmişlerdir. Üçgenleri keserek açıları üst üste gelecek şekilde koyan öğrencilerin daha net bir sonuca ulaştıkları ve iki üçgenin açılarının eşit olduğunu gördükleri gözlenmiştir. Üçgenleri iletki ile ölçerek karşılaştıran bir öğrenci söz alarak "bir daha böyle bir problemle karşılaşırsam ben de üçgenleri kesip üst üste koyarak karşılaştırırım, çünkü iletki ile ölçerken sürekli kayıyor" dedi. Aşağıdaki şekilde iki farklı açı karşılaştırma metodu görülmektedir. Birinci metot öğrencilerin iletki kullanımı, diğeri benzer üçgenleri keserek üst üste koymuşlar ve açılarını karşılatırmışlardır.




Şekil 2. *Öğrencilerin açıları karşılaştırmalarından örnekler*

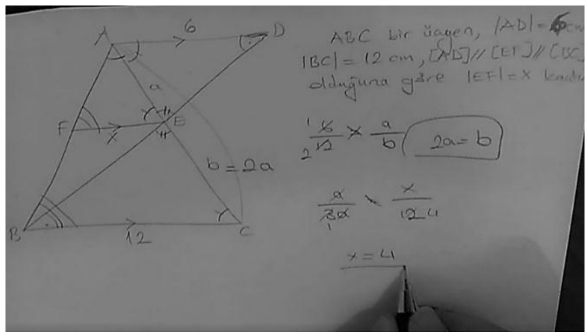
Öğretmen sonucu; "üçgende benzerliğin iki temel özelliği vardır ve bunlar; açıların eşit ve eşit açıların karşısındaki kenarlarının orantılı olmasıdır." Kutluyorum, benzerliğin iki temel özelliğini bulmuş oldunuz.

## Bulgular

Bilimsel olarak öğrenme eyleminin birey tarafından gerçekleştiriliyor olması öğrenme meselelerinde, öğrencinin aktif olmasını gerektirmektedir. Bu durum öğrenme ortamı hazırlayıcılarının öğrenciyi doğal olarak eyleme geçirecek ipuçları, fırsatlar ve müdahaleler üretmesi gerektiğini düşündürmektedir. Gerek öğrenme kuramlarında gerek önerilen öğretim modellerinde dersin giriş kısmında taşıyıcı soru adını verebileceğimiz bir etkinlik veya çözülebilecek bir problemin var olmasıdır. Yapılandırmacı yaklaşımda bu soru öğrencide öğrenme beklentisi oluşturacak, ön bilgileri ile çözülebilecek ve yeni bilginin üretilmesine fırsat verecek bir sorudur. GME'de bilgiye ulaşma tümüyle bir soruya/soruna bağlı olarak çevresel bir olayın matematikselleştirilmesini esas alır. Aktif öğrenme "yaşamın bir karmaşasını açıklamak" deyimi ile yine sonuçları hakkında fikir birliğimizin olmadığı bir sorunun varlığına değinir. 5E modelinde ise öğrencide merak uyandıracak bir soru ile başlamak esastır. Şimdi bütün mesele ayrı ayrı her birine değer verdiğimiz ve değişik alanlar için farklı uygunluk dereceleri yüklediğimiz bu kuram ve modellerin güçlü yanlarını değerlendirmek ve öğretmenin işini daha kolaylaştıracak bir önerinin test edilebilmesidir.

Öğrenciler, problem durumuna oldukça ilgili yaklaşmışlardır. Bu ilgi sorunun çözümünde gösterecekleri performansa olumlu yansımıştır. Öğrenciler gerçek fotokopi üçgeni bulabilmek amacıyla ilk iş olarak orantısal büyüme durumunu sezmişlerdir. Bunun matematiksel olarak ifade edilmeden doğru sonuca ulaşmayacaklarını bildiklerinden grup çalışmasına yönelmişler ve farklı stratejiler kullanamaya çalışmışlardır. Matematiksel yardımcı araç kullanımının serbest olduğunun öğretmen tarafından ifade edilmesinin ardından birçoğu orijinal fotokopinin bulunmasında benzer bir yol düşünmüşlerdir. Sorunun içeriğinde büyütmek ifadesi geçtiğinden dolayı orantısal düşünmenin olması beklenen bir durum iken bu oranın matematiksel olarak ifade edilmesi işi öğrencilerin zorlanacakları ve bu zorluğu aştıklarında öğrenme hedeflerine daha yaklaşacakları beklenmektedir. Sınıf, genel olarak var olan probleme karşı ilk önce kaba çözümler getirse de bu durumun ilgi ve kabul görmediğinin anlaşılması üzerine matematiksel yöntemlerle çözüm stratejilerini açıklamaya yönelmiştir. Bu durum öğrencilerin matematik yapma sürecini tetiklemiş ve öğrenme süreci kendiliğinden başlamıştır. Sınıf ortamında farklı stratejik çözümlerin tartışılmasından sonra en fazla kabul gören düşünce cetvel yardımıyla fotokopi üçgenin orantısal büyütüldüğünün ifade edilmesi ve ölçümler aracılığıyla ispat edilmesi olmuştur. Burada farklı stratejilerde kabul görmüş ancak kullanılabilir olmadığı düşüncesiyle vazgeçilmiştir (Örneğin, sabit bir uzunluk kullanarak büyük iki üçgeni karşılaştırmak, kalem örneği). Öğrencilerin kendi aralarındaki tartışmalar onları gerçek üçgen ile fotokopiyle büyültülen üçgenin açıları arasında bir fark olup olmadığını belirlemek üzere sürdürülmüştür. Öğrencilerin verdikleri cevaplardan anlaşılan ilk durum kenarları iki kat büyüyen üçgenin açılarının da bu oranda büyüdüğüdür. Ancak var olan matematiksel bilgilerine yönlendirilmede zorluk yaşamayanlar "üçgenin iç açıları toplamı 1800 olmalıdır" şeklindeki açıklamaları ile açılara ilişkin durumu tekrar sorgulamaya başlamışladır. Bunun ardına ise açıları iki farklı strateji belirleyerek karşılaştırmışlardır (açıları keserek üstüne koyma, iletki ile ölçme). Sonuç olarak öğrenciler, benzerliğin iki temel özelliğine ulaşabilmişlerdir; bu özellikler açıların eş olması ve eşit açıların karşısındaki kenarların orantılı olmasıdır.

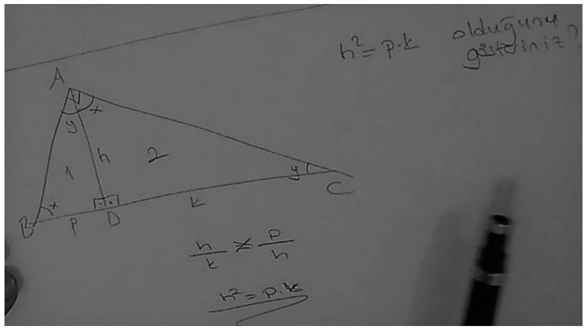
Öğrencilerin taşıyıcı soruda kazandıkları düşünülen benzerliğe ilişkin bilginin uygulamada kullanılabilirliği "kum saati sorusu" ile ölçülmeye çalışılmıştır. Öğrenciler kum saati sorusunun çözümünde açı-açı benzerlik özelliğinden faydalanmışlardır. Bu soruyu çözebilmeleri, bu süreçte benzerliğin iki temel özelliğini uygulamada kullandıkları belirlenmiştir. Çözümden bir örnek aşağıda Şekil 3'de görülmektedir.




Şekil 3. *Temel Benzerlik (Thales Teoremi) Uygulaması*

Sorunun çözümünde paralel doğruları tespit eden öğrenciler açı taşıma ve ardından benzer açıları kullanarak açı-açı benzerlik teoreminin uygulamasını gerçekleştirebilmişlerdir.

Bir diğer uygulamada ise öğrencilerin benzerlik bilgilerini yeni uygulamalara yansıtabilme durumları araştırılmıştır. Bu durumu değerlendirebilmek amacıyla açı-açı benzerlik özelliği kullanılarak Öklid bağıntılarının temel bir uygulaması olan "h2 = p.k" nın ispat edilmesi istenilmiştir. Öğrenciler bu bağıntının ispatını yaparken benzerlik kullanacaklarını bildiklerini açıkça belirtmişlerdir. Ancak bu durumu nasıl bir ispata dönüştüreceklerini anlamaları biraz vakit almıştır. Çözüme ulaşmada öğrencilerin son olarak tespit ettikleri açı-açı benzerlik özelliğinden açıkça faydalandıkları görülmüştür. Benzer üçgenleri tayin etmede açılardan faydalanmışlardır. Sorunun çözüme ulaştırılmasında en çok zorlandıkları bölüm ise benzer üçgenleri belirlerken benzer açıları tayin etmede isimlendirme sorunu yaşamaları olmuştur. Bu aşamayı tamamlayan öğrenciler benzer açıların karşısındaki kenarlarını kolaylıkla orantılı olarak denkleme dönüştürebilmişlerdir. Uygulamadan bir örnek çözüm aşağıdaki Şekil 4'de görülmektedir.




Şekil 4. *Öklid Bağıntısının Benzerlikten Yararlanarak Bulunması*

İspatlama sürecinde öğrencilerin yaptıkları ilk işlemler verilen “h,p,k” değişkenlerini kullanmaları olmuştur. Öğrenciler, açı-açı benzerlik teoremini kullanarak benzer üçgenleri tespit etmişlerdir. Daha sonra benzerliğe ilişkin oranları yazmışlardır. Bu durumda karşılarına çıkan denklemin çözümü sonucunda Öklid bağıntısının ispatına ulaşabilmişlerdir.

Özetle, öğrenciler fotokopi üçgenin bulunması (taşıyıcı soru) etkinliğinde yardımcı matematiksel araçlar kullanmışlardır. Bu çok alışkın olmadıkları bir durumdur, ancak bu ilgilerini problemin çözülmesine yoğunlaştıran olumlu bir gelişmedir. Burada etkinlik sonunda öğrencilere öğretmenleri tarafından açıkça benzerliğin iki temel özelliğini buldukları ifade edilmiştir. Bunun ardından bilgilerini uygulamalara taşıyıp taşıyamadıklarını belirleyebilmek amacıyla iki temel özelliği kullanarak çözebilecekleri “kum saati” sorusu yöneltilmiştir. Bu soruda öğrencilerin çoğu başarılı sonuçlar almıştır. Son olarak öğrencilerden tüm kazanımlarını yansıtabilecekleri özellikte bir matematiksel ispat istenmiştir. Önce zorlansalar da benzerlik üzerinde çalıştıklarını anlamaları ve bu özelliklerle çözüme ulaşacaklarını ifade etmeleriyle sonuca ulaşabilmişlerdir.

## Tartışma

Bu çalışma bir derste matematik öğretiminin niteliğinin arttırılması ile ilgili olduğundan, bu süreci değerlendirmede esas olan matematiğin amaçları ve öğrenme kuram-modellerinin ilkeleri dikkate alınarak değerlendirilmiştir. Öğretim etkinlikleri, verilmek istenen kazanımların öğrencilere kazandırılmasını amaçlayan planlı, örgütlenmiş ve kontrollü faaliyetlerdir (Bransford vd., 2000). Program dâhilinde öğrencilere iyi tasarlanmış etkinliklerin doğru ve yerinde uygulanması durumunda öğrenmenin daha kalıcı ve anlamlı olabileceği söylenebilir (Connolly, Arkes & Hammond, 2000; Eraslan, 2011; Jones & Pratt, 2006; Ubuz, Erbaş, Çetinkaya ve Özgeldi, 2010; Uğurel ve Bukova-Güzel, 2010). Bu çalışmada öğrencilerin kendi bilgilerini oluşturabilmeleri için yapılan üçgen fotokopi etkinliği (taşıyıcı soru) öğrencilerin derse aktif katıldığı ve sonuç almak için çeşitli yöntemleri denedikleri bir etkinlik olmuştur. Derse katılımı zayıf olan öğrencilerin bu etkinliğe katıldıkları ve yorum yapmada istekli oldukları öğretmen tarafından vurgulanmıştır. Bunun sonucunda öğrenciler, üçgenin kenarlarını çeşitli yöntemlerle ölçmeyi önermişler, açılarını karşılaştırmışlar ve buldukları sonuçları yorumlamışlardır. Yapmış oldukları işlemleri açıklayabilmişler ve sonra fikirlerini destekleyici gerekçeler sunmuşlardır. Etkinlik temelli yapılan öğretim çalışmalarında örnek olarak sunulan etkinlikleri iki çeşit olarak değerlendirmek mümkündür; ilki öğrencilerin derse ilgisini çekmek ve derse hazırlamak, ikincisi derste öğretilecek konuyla ilgili özellikleri kavratmaktır (Batdı, 2014; Doruk-Umay, 2011; Eraslan, 2011; Uğurel & Bukova Güzel, 2010). Bu çalışmada yapılan etkinliğin her iki özelliği taşıdığı görülmektedir. Bağlam içerisinde sunulan problem durumu öğrencinin derse ilgisini çekmekle kalmamış sunulan problemin çözümü öğrencilerin kavrama ulaşmalarında yardımcı olmuştur. Bu çalışmadaki taşıyıcı soru tartışılması öğrencilerin yoğun ilgisine ve derse katılımına yol açmıştır.

Taşıyıcı Sorunun Tartışılması; öğrenme etkinliğinde taşıyıcı soru hem öğrenme beklentisi oluşturur hem de her aşamada konuyu toparlamak için bir referanstır (Altun, 2015). GME'de tümüyle bilgi bir soruya/soruna bağlı olarak çevresel (gerçek hayat) bir olayın matematikselleştirilmesini esas alır (Gravemeijer; vd., 1990; Nelissen&Tomic, 1998). Bunun yanı sıra aktif öğrenme de etkinliğe ait özellikler tanımlanırken (Kyriacou, 1992; Smith, 1999) "yaşamın bir karmaşasını açıklamak" deyimi ile etkinliğin sonuçları hakkında fikrimizin olmadığı bir sorunun varlığına değinilir. 5E modelinde de öğrencide merak uyandıracak bir soru ile başlamak esastır (Bybee, vd., 2006). Matematik öğretiminde sık kullanılan öğretim modelleri arasında taşıyıcı sorunun yerinin ne olduğu anlaşılmaya çalışılmıştır. Taşıyıcı sorunun öğretimdeki yeri öğrencilerin ilgisini çekmek amacıyla oluşturulan problem durumundan hareketle öğrencilerin fikirlerinin matematik yapma sürecinin içine taşınmasıdır. Öğrenciler öğretmenin sunduğu karmaşayı çözmek için işe koşmuşlar, küçük üçgenin benzeri olan üçgeni ararken yaptıkları ölçme sonucunda üçgenlerin kenarlarının orantılı büyüdüklerini sezmişlerdir. Açıların değişmezliği için fikir geliştirmeye başlamışlardır. Bu fikir geliştirme süreci bir müdahale olmaksızın taşıyıcı sorunun etkisi doğrultusunda kendiliğinden ortaya çıkan bir durumdur.

Matematik soruları oluşturulurken günlük hayattaki durumlardan seçilmesi öğrencilerin matematiğe değer verme duygusunu beraberinde getirir. Ayrıca bu tür etkinlikler matematiğin kullanım alanına ait sık sorulan "Neden bu konuyu/ kavramı öğreniyoruz?" gibi soruları ihtiyaç olmaktan çıkarır. Bu tür problemlerin ana amacı gerçek hayattaki karmaşıklığı içermeleridir. Bu çalışmada hangisinin cevap olduğu belirsizliği bu karmaşaya denk gelmektedir. Öğretimde bu karmaşa ortadan kalktığı, benzerlik kavramı bu karmaşayı gidermenin bir yolu olduğu için değerlidir. Nitekim bu çalışmada öğrenciler "bu konuyu nerede kullanacağız?" sorusunu yöneltmemişlerdir. Bu durum onların öğrendikleri matematiğin değeri hakkında bir şüphe duymadıklarını ifade eder. Matematiğin gerçek hayatta bir durumun açıklanmasını ele alan bir problemin çözümünde kullanılmaya zorlanması öğrencilerin özgüven ve uygulama becerilerini geliştirdiğini göstermektedir (Boaler, 1998). Bu tür yaklaşımlar öğrencilerin karmaşayı açıklamak için fikir oluşturmalarını kaçınılmaz hale getirdiği için değerlidir (Taber, 2013). Etkinliğin gerçek hayattan bir karmaşayı açıklar nitelikte olması, Boyer (2002) tarafından aktif öğrenmenin bir ilkesi "zihinsel karmaşayı ortadan kaldırma" olarak ifade edilmiştir. Öğrencilerin bu çalışmada karşılaştıkları ilk zihinsel karmaşa orijinal üçgenin fotokopisinin tespit edilmesidir. Bunun için öğrencilerin basit matematiksel işlemlerle değil aksine matematiksel materyal geliştirmelerini gerekli kılan süreçlerdir. Öğrencilerin geliştirdikleri çözüm yolları doğrudan problem çözme yetenekleri ile ilgilidir.

Öğrenmede bilişsel süreç ile etkili sorular arasındaki kritik bir köprü olarak ilgi çekme durumu tanımlanmıştır (Renninger, Hidi ve Krapp, 1992). Çalışmada, kullanılan problem durum doğal ortamdan alınarak öğrencilere sunulmuştur. Problem durum gerçek fotokopi olan üçgenin bulunmasıdır ve günlük hayatta karşılaşılabilecek bir durumdur. Aktif öğrenmede, öğrencilerin etkinliğe sahiplik etme göstergeleri girişimci bir niyetle kendini ifade etmeyi ve öğrendiklerini yaşamda kullanmasından anlaşılabilir (Marlowe & Page, 2005; Açıkgöz, 2003). Öğrenciler süreç içerisinde problemi çözmek amacıyla öneriler oluşturabilmişler ve bu problemi çözmede kullanacak uygun materyali belirlemişlerdir. Öğretmenin bu duruma ilişkin "derse ilgisini çekmekte zorlandığım öğrencilerin verilen problemle ilgili yorum yapmaları beni oldukça şaşırttı" değerlendirmesi onların etkinliğin içinde olduklarının bir kanıtı olarak düşünülebilir. Bu çalışmada öğrenciler, fotokopi üçgenin bulunuşunu arkadaşlarına ispatlarken matematik dilini kullandıkları görülmüştür. Bu nedenle taşıyıcı soru aktif öğrenmenin etkinliğe sahiplik etme ilkesini desteklemektedir. "Matematiksel muhakeme öğrencilerin düşüncelerini rahatça ortaya koyabildikleri sınıflarda gelişebilir. Öğrencilerin kendi fikirlerini açıklamaya ve savunmaya, düşüncelerindeki eksiklikleri fark edebilmeyi ve başkalarının düşüncelerini eleştirmeyi öğrenme ihtiyaçları mutlaka karşılanmalıdır." (NCTM, 2000). Öğrenciler bir problem karşısında ne yapacaklarının farkında olmalıdır ki sonuca ulaşmada gerekli akıl yürütmeyi sağlıklı olarak gerçekleştirebilsinler. Öğrencinin bir problem karşısında fikrini açıklayabilmesinin temelinde akıl yürütme vardır. Akıl yürütme; bütün etmenleri dikkate alarak düşünüp akılcı bir sonuca ulaşma sürecidir (Bishop, vd., 2001). Bu etkinlikte ise öğrencilerin, yaptıklarını açıklayabilmeleri, etkinlik hakkında düşünmelerini ve çözüme ulaşmak amacıyla kendilerine has bir yöntem belirlediklerini göstermiştir. Öğrencilere kazandıkları düşünülen bilgilerini başka uygulamalarda kullanabilmeleri için sorular sorulmuştur. Bu sorularda benzerliğin iki temel özelliğini kullanarak akıl yürütmeleri için iyi bir fırsat olduğu görülmektedir. Öğrenciler, iki temel özellikten yola çıkarak temel benzerlik teoremine ulaşabilmişlerdir. Ayrıca bu bilgilerini akıl yürütmede daha derin düşünmelerini sağlayacak olan matematiksel bir ispat (Öklid bağıntısının bulunması) ile de pekiştirdikleri görülmüştür. Öklid bağıntılarından bilinenlerinden biri olan yükseklik bağıntısına üçgende benzerlik teoremlerinden faydalanarak öğrenciler ulaşmışlardır. Bu bağıntının elde edilmesinde benzerliğin iki temel özelliği bir önceki thales teoremini bulmayı tetiklemiş ve ardından elde edilen tüm bilgiler bu bağıntının ispat edilmesinde kullanılabilmiştir. Öğrencilerin, çözüm yoluna ulaşmada yaptıklarını açıklayabildikleri ve arkadaşları ile tartıştıkları görülmüştür. Bu nedenle etkinliğe sahiplik etme, eyleminin gözlendiği söylenebilir.

Son olarak Öğrenciler yapılan etkinlik sonunda benzerliğe ait iki özelliğe ulaşmışlardır. Bu bakımdan buradaki "taşıyıcı soru" derse ilgi çekme bakımından GME deki "Sürecin Yeniden Keşfi" ile benzerlik göstermektedir. Bu çalışmada gerçek hayatta olabilecek bir durumun seçilmesi mümkün olmuştur. Gerçek hayat bağlantısının bu kadar katı olmaması ise "taşıyıcı sorunun" tasarlanmasında öğreticiye esneklik sunmaktadır. Bu durum her konu için taşıyıcı soru veya soruların kullanılabileceğini düşündürmektedir.

## Sonuç

Çalışma, öğrencilerin kavramlar arasında ilişki kurması, kendi öğrenme stratejilerini geliştirebilmesi ve bilgilerini genişletebilme noktasında taşıyıcı sorunun teşvik edici ve cesaretlendirici olduğunu göstermiştir. Sınıftaki öğrencilerin gruplar oluşturarak "taşıyıcı sorunun" teşvik edici yönleri kendi seviyelerine göre öğrenme gerçekleştirmelerini ve öğrenciler arasındaki akademik seviye farkına rağmen ortak çalışmaya olanak sağlamıştır. Bunun en önemli göstergesi ise öğretmen gözlemlerinden elde edilen ve genelde derse katılımda isteksiz davranan öğrencilerinde bu derse katıldığının gözlenmesidir.

Taşıyıcı soru içerik olarak öğrencilere gerçek hayattan bir karmaşayı matematiksel bir problem olarak sunmaktadır. Taşıyıcı sorunun hazırlanmasında, en kritik olan nokta sorunun çözümü ile birlikte öğrencilerin "matematiği ve matematik öğretimini değerli bulmasıdır". Çünkü bu özelliğin sağlanmasına uygun çalışmalar, matematik öğretiminin amaçlarından ilk üçünün nitelikli olarak gerçekleşmesine doğal olarak yol açacağı görülmüştür. O halde derste matematiği değerli bulmaya yol açacak etkinliklere yer verilmesi temel ilke olmalıdır.

Bir diğer husus ise öğrenme kuramlarına uygunluk ile ilgilidir. Aktif öğrenmeye uygun etkinlik düzenleme ile ilgili dört ilke referans alınabilir (Kyriacou, 1992). Bu çalışma göstermiştir ki aktif öğrenmenin dört ilkesi arasından birinci ve dördüncü kritiktir. Bunlar geçekleştiğinde ikinci ve üçüncü ilkeler doğal olarak ortaya çıkmaktadır. Öğrencinin etkinliği sahiplenme düzeyi, çalışmaya katılım şeklinden anlaşılabilir. Aktif katılım; dinleme, soru sorma, öneri sunma, öneriyi savunma şeklinde gözlenebilir (Öncü, 2007). Bunlardan daha ileri giderek öğrencilerin sürece ilişkin öneri getirmesi ve çalışmanın sonunda etkinliği nasıl bulduklarına ilişkin görüşlerini söylemeleri de nitelikli katılımın işaretçileridir (Turner & Patrick, 2004). Burada öğrencilerin etkinliğe sahiplik etmesinden, her öğrenciye söz verilmesi ve her öğrencinin konuşturulması anlaşılmaz. Sahiplik etme öğrencinin konu üzerinde konuşmaya ihtiyaç duyması, tartışması halinde ancak mümkün olur. Katılımın gerçekleşmesini doğal olarak sağlamak gerekir ve bu durum önemli ölçüde taşıyıcı sorunun iyi seçilmesine bağlıdır. Bu anlamda sahiplik etme, öğrencinin "kendi cümleleri ile ifade etme, öğretmen ve arkadaşları ile konu üzerinde fikir alış-verişinde bulunma özelliklerini doğal olarak ortaya çıkarmıştır. Ayrıca etkinliğe "sahiplik etme" özelliği, matematik öğretiminin amaçları bakımından muhakeme ve ispat yapabilme, matematiği iletişimde kullanmak; "zihinsel karmaşanın kaldırılması" özelliği ise problem çözme, muhakeme ve ispat yapma amaçlarını gerçekleştirmeye doğal bir katkı verdiği görülmüştür.

Sonuç ve değerlendirmeler, ''taşıyıcı soruyu'' temele alan bu ders tasarımının kuramlara bağlı olarak geliştirilen öğrenme modelleri ile uyum içinde olduğunu ve nitelikli öğrenmeye yol açtığını göstermektedir. Aktif öğrenmenin ilkeleri ile matematik öğretiminin amaçlarının ilişkisinin ortaya konulduğu tabloda ise taşıyıcı sorunun doğrudan ve dolaylı olarak matematik öğretiminin amaçlarını beslediği bu ölçüde de öğretimin niteliğini arttırıcı etkiye sahip olduğunu söylemek mümkündür. Bu çalışmada ana hedef olmamakla birlikte ortaya çıkan bir sonuçta Tablo1'de verilen ilişkilerdir. Bu ilişki ağı bir ders tasarımında birçok yere odaklanmak yerine "Etkinliğe sahiplik etme", "Zihinsel bir karmaşayı ortadan kaldırma" ve "Matematiği değerli bulma" özelliklerine odaklanarak daha ekonomik ve niteliği arttırıcı olduğu görülmüştür. Bu özelliklerin gerçekleşmesi de nitelikli bir taşıyıcı sorunun seçilmesi halinde kendiliğinden, doğal akış içinde mümkün görülmektedir. Bir önemli diğer husus ise taşıyıcı sorunun devamında öğrencilerin kazandıkları bilgileri genişletebildiğini göstermiştir. İki temel benzerlik özelliğinden hareket ederek öğrenciler temel Öklid yükseklik bağıntısını keşfedebilmişlerdir.

## Kaynakça

Açıkgöz, K. Ü. (2003). Aktif öğrenme. İzmir: Eğitim Dünyası Yayınları.

Akar, E. (2005). "Effectiveness of 5E Learning Cycle Model on Students" Understanding of Acid and Base Concepts. Unpublished Master Thesis. Middle East Technical University, Ankara.

Altun, M. (2015). Ortaokullarda Matematik Öğretimi, (11.Baskı). Bursa: Aktüel Yayıncılık.

Bandura, A. (1989). Social Cognitive Theory. IN: Annuals of Child Development, 6, 1-60. Greenwich, CT: Jai Press LTD.

Bandura, A. (1999). Social Cognitive Theory: An Agentic Perspective. Asian Journal of Social Psychology, 2, 21-41.

Batdı, V. (2014). Etkinlik Temelli Öğrenme Yaklaşımının Akademik Başarıya Etkisi. E-International Journal of Educational Research. 5(3), 39-55.

Baxter, P. & Jack, S. (2008). Qualitative case study methodology: Study design and implementation for novice researchers. The qualitative report, 13(4), 544-559.

Bishop, J. W., Otto, A. D., & Lubinski, C. A. (2001). Promoting algebraic reasoning using students' thinking. Mathematics Teaching in the Middle School, 6(9), 508.

Bleicher, R. E., (2005). "Learning The Learning Cycle: The Differantial Effect on Elementary Preservise Teachers".School Science and Mathematics.105(2), 61-72.

Boaler, J. (1998). Open and closed mathematics: Student experiences and understandings. Journal for research in mathematics education, 41-62.

Boyer, K. R. (2002). Using active learning strategies to motivate students. Mathematics Teaching in the Middle School, 8(1), 48.

Bransford, J. D., Brown, A. L., & Cocking, R. R. (2000). How people learn. National Academy Press Washington, D.C.

Bybee, R. W., Taylor, J. A., Gardner, A., Van Scotter, P., Powell, J. C., Westbrook, A., &Landes N. (2006). The BSCS 5e instructional model: origins, effectiveness, and applications. Colorado Springs: BSCS.

Connolly, T., Arkes, H. R., & Hammond, K. R. (2000). E*xperts. judgement and decision making- an ınterdisciplinary reader*, Cambridge, UK, 301-303.

Davey, L. (1991). The application of case study evaluations. *Practical Assessment, Research & Evaluation, 2(9),* 1.

De Corte, E. (2004). Mainstreams and perspectives in research on learning (mathematics) from instruction. Applied Psychology, 2(53), 279–310.

Doruk, B. K. & Umay, A. (2011). Matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 41(41).

Eraslan, A. (2011). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri ve bunların matematik öğrenimine etkisi hakkındaki görüşleri. *İlköğretim Online*, 10(1).

Gillham, B. (2000). Case study research methods. Bloomsbury Publishing.

Gravemeijer, K. (1994). Educational development and developmental research in mathematics education. Journal for research in Mathematics Education, 443-471.

Gravemeijer, K. (2004). Local instruction theories as means of support for teachers in reform mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 105-128.

Gravemeijer, K., Heuvel-Panhuizen, M. & Streefland, L. (1990). *Contexts free productions: tests and geometry in realistic mathematics education.* Research group for Mathematical Education and Educational Computer Centre, StateUniversity of Utrecht.

Gutstein, E. 8c Peterson, B.(Eds.).(2005). *Rethinking mathematics: Teaching social justice by the numbers. Milwaukee*, WI: Rethinking Schools.

Johnson, D. W. & Johnson, R. (1991). *Learning mathematics and cooperative learning: Lesson plans for teachers*. Edina, MN: Interaction Book Company.

Johnson, D. W., Johnson, R., & Smith, K. (1991). Active learning: Cooperative learning in the college classroom. Edina, MN: Interaction Book Company. Second Edition, 1998. Third Edition, 2006.

Jones, I. & Pratt, D. (2006). Connecting the equals sign. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 11(3), 301-325.*

Karasar, N. (1995). Bilimsel Araştırma Yöntemi. ss:107 Ankara: Sim Matbaası.

Kyriacou, C. (1998). Essential teaching skill (2th ed.). United Kingdom: Nelson Thornes.

Kyricaou, C. (1992). *Active learning in secondary school mathematics*. Britics Educational Research Journal, 18(3).

Marlowe, B. A., & Page, M. L. (2005). *Creating and sustaining the constructivist classroom*. Corwin Press.

Milli Eğitim Bakanlığı (2011). Ortaöğretim Matematik (9-12.Sınıflar) http://ttkb.meb.gov.tr/program.aspx?islem=1vekno=86 adresinden 14 Ocak 2015 tarihinde alınmıştır.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989; 2000). *Curriculum and evaluation standandards for scholl mathematics.* Reston, VA: NCTM.

Nelissen, J. M., & Tomic, W. (1998). Representations in Mathematic Education. http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED428950.pdfadresinden 9 Mayıs 2014 tarihinde ulaşılmıştır.

Öncü, S. (2007). The relationship between instructor practices and student engagement: What engages students in blended learning environments? ProQuest.

Piaget, J. (1971). Biology and knowledge: An essay on the relations between organic regulations and cognitive processes.

Piaget, J. (1973). *The psychology of intelligence. Totowa*, N.J, Littlefield, Adams.

Santos-Trigo, M. (1996). An exploration of trategies used by students to solve problems with multiple ways of solution, *Journal of Mathematical Behaviour,15,* 263-284.

Scheiner, T. (2016). New light on old horizon: Constructing mathematical concepts, underlying abstraction processes, and sense making strategies. *Educational Studies in Mathematics, 91(2),* 165-183.

Skemp, R. R. (1987). *The psychology of learning mathematics*. Psychology Press.

Smith, J. (1999). Active learning of mathematics. Mathematics teaching in the middle school, 5(2), 108.

Stake, R. (2000). “Case study” in: Handbook of Analitative Research.

Taber, K. S. (2013). Ken Springer: Educational Research: A Contextual Approach. Science & Education, 1-13.

Turner, J. C. & Patrick, H. (2004). Motivational influences on student participation in classroom learning activities. *Teachers College Record*, 106(9), 1759-1785.

Ubuz, B., Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., & Özgeldi, M. (2010). Exploring the quality of the mathematical tasks in the new Turkish elementary school mathematics curriculum guidebook: the case of algebra. ZDM, 42(5), 483-491.

Uğurel, I. & Bukova-Güzel, E. (2010). Matematiksel öğrenme etkinlikleri üzerine bir tartışma ve kavramsal bir çerçeve önerisi. *H.Ü. Eğitim Fakültesi Dergisi(H.U. Journal of Education), 39 (2010),* 333-347.

Yin, R. K. (2003). Case study research: design and methods, (3rd) Sage Publications. Thousand Oaks, California.

## Extended Abstract

### Introduction

How to improve your qualification in mathematics teaching is still being discussed. During the teaching process, students are shown to be willing to participate effectively in the learning environment in a way that they find the content of their learning to be enjoyable and remarkable Core question, unlike other teaching designs that It is determined that the flow of instruction is natural and that teaching is integrated with the skill. In this study, it was determined that the problem of bearing was the aim of teaching mathematics and thus, increased the quality of teaching mathematics. The results of the study are expected to contribute positively to teaching practices.

The aim of this study is to examine the contribution of the core question to the realization of the objectives of mathematics teaching, which is based on the impressive aspects of learning theories and models for enhancing quality in mathematics teaching. Teaching programs aim to develop the aims of mathematics teaching in order to (i) improve problem solving skills, (ii) improve the ability to reason and proof, (iii) to effectively use mathematics in communication, and (iv) improve feelings of appreciation of mathematics (NCTM, 1989; Johnson & Johnson, 1991; MEB, 2011). In four main sections. Qualified teaching is ultimately the teaching that provides the qualifications within the scope of these materials and provides the maximum benefit as mathematics and thinking as both knowledge and skills. The quality of teaching depends on the content and teaching of the material teaching. The quality of choice and the improvement of the way of teaching can guarantee reaching all sub-goals (Altun, 2015).

## Methodology

This study is to examine the contribution of the core question to the realization of the objectives of mathematics teaching, which is based on the impressive aspects of learning theories and models for enhancing quality in mathematics teaching. The case study was determined to be the case of the research. Descriptive case study was preferred in this study. A exploratory case study is a method of giving information about a situation, making familiar with unfamiliar situations and explaining their existing connections with real life situations.It is thought here that the explanatory case study would support the explanations of the mathematics of the core question fed from different theories and models which would enhance the quality of the underlying teaching, to serve teaching purposes. This study was conducted with 24 students in the 9th grade of a high school in Bursa. Qualitative data collection tools were used in the study. Activities were prepared and activities were recorded and analyzed. Firstly was a theoretical study examining the theories and models about teaching mathematics department and the introduction of a new teaching approach. In the second step, the proposed approach is the part where students is tried to teach a topic selected by the teacher. In this study, the teaching of the concept of similarity has been designed and applied in the framework of theory and models related to learning.

In order to collect data, students were asked two basic questions; the "core question" mentioned above in the study of the province and the other are the questions directed as an extension in the teaching of the concept. The responses and behaviors of the students to the questions were observed by the teacher. Here, students are asked to focus on their behaviors and answers.

## Findings

On the basis of constructivist approach, "core question" is a question that will be able to be solved with the preliminary information of the learner. The core question for the basic characteristics of an educational activity that we suppose will serve qualified learning: "The student finds the learned knowledge valuable", “Student ownership of activity" and “expanding mathematical knowledge".

The "core question" the teacher uses when entering the course is as follows: The teacher told the students, "One child wanted to photocopy a photocopy of this small triangle, pulled it and gave it in a file, showing one small one and the other two about the same size and two big triangles. When I opened the room, I saw that there was a small, two large triangle in the file. Which one is probably a copy of a triplet of my triangle, giving each other a copy of a small copy of the mask and a copy of the big triangles of the other two? I beg your pardon. Can you help me?" said. The students were asked to work by giving a three-figure fairy tale (a group of 2-3 students), a small triangular enlarged photocopy and an externally mixed triangle. It was seen that the carrier problem that the teacher used in his class supported the principles of active learning. In particular, active learning supports “active participation in the activity” and “removal of mental collusion” principles. On the basis of constructivist approach, "core question" is a question that can be solved with the preliminary information of the student and it will give opportunity to produce new information. A list of key characteristics of an educational activity that we believe will serve qualified learning, a learning activity can be considered in three dimensions. These dimensions can be given in the subheadings of "learners' knowledge and / or skillfulness of learned knowledge", "student ownership of activity" and "expansion of mathematical knowledge".

The need for this study is a lack of existing teaching models. The fact that the teaching of Realistic Mathematic Education is based on the mathematisation process is often due to a lot of time spent on easy and useful concepts, which leads to a decrease in the interest of teachers and students. Since the RME focuses mostly on vital events, it is unclear where certain unusual problems we believe to develop are relevant. Since the proposed E (3E-5E-7E) models for sequential steps for teaching constructivist teaching are predominantly directed by the teacher. Also, it may not be possible for all of the students to follow these steps in the process at the same pace. A situation emerges that is contradictory to the nature of constructivist teaching. The core question is designed to get rid of these constraints and to reach more qualified teachers.

At the end of this process the teacher's job is to tell students only the name of the concept. At the end of the teaching process, the students have reached two characteristics of the concept. In this respect, the "Core question" here has not only attracted interest but also made it possible to bring out the characteristics of the concept.

**Discussion and Conclusion**

Since this study is about increasing the quality of a lesson, this process was based on the aims of mathematics teaching and the principles of learning theory-models that are essential to evaluation. Instructional activities are planned, organized and controlled activities aimed at bringing the desired achievements to the students. It can be said that when the well-designed activities are applied correctly and on-site in the program, the learning may be more permanent and meaningful. In this study, the triangular photocopying activity for students to create their own knowledge was an activity in which students participated and tried various methods to get results. It was observed that the students with weak participation in the course participated in this activity and were willing to comment. It is possible to evaluate the activities offered as an example in activity-based instructional studies as two types; to draw attention to the lesson and prepare it for the lesson, and secondly to make the students understand the features related to the topic to be taught. It is seen that the activity carried out in this study carried both characteristics. The problem situation presented in the context has not only attracted the interest of the learner but also helped the students to reach the understanding of the presented problem. Core question is both a learning expectation in learning efficacy and a reference for gathering up in each stage.

"Core question-based" teaching, which students learn by integrating their knowledge with skills, has the capacity to encourage students to relate concepts, develop their own learning strategy, and encourage and persevere in learning the information permanently. By creating groups, students in the classroom have the opportunity to promote their "core problem" by learning their own level of achievement and the academic level gap between students. The most important indicator of this is that the students who are obtained from teacher observations and are generally reluctant to participate in the lesson are informed that they participate in this course. “Core question-based "education presents a real complex problem to students as a mathematical problem. This characteristic of the core question poses a positive influence on the motivation levels of the students.

Conclusions and evaluations show that this course design, which is based on "Core question", is in harmony with the learning models and leads to qualified learning. It is possible to say that the relationship between the principles of active learning and the aims of mathematics education is shown in Table 1, which has the effect of enhancing the quality of teaching in this dimension, which directly and indirectly supports the aims of mathematics education. This network of relationships has been seen to be more economical and more qualitative by focusing on features such as "active participation in the activity", "removing a mental complexity" and "valued mathematic" instead of focusing on many points in a course design.