Turkish Journal of Computer and Mathematics Education *Vol.9 No.2 (2018), 249-282*
Araştırma Makalesi

Sınıf Öğretmenliği Öğrencilerinin Sayı Kümelerine İlişkin Hazırbulunuşluklarının Sözel, Matematiksel ve Model Temsilleriyle İncelenmesi *

Özge Yiğitcan Nayir[a], Gönül Kurt Erhan[b], Merve Koştur[c], Hacer Türkoğlu[d] ve Şeref Mirasyedioğlu[e]

[a]Başkent Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Ankara/Türkiye (ORCID: 0000-0001-6136-1123); [b]Başkent Üniversitesi, Eğitim Fakültesi (ORCID: 0000-0002-3655-0093); [c]Başkent Üniversitesi, Eğitim Fakültesi (ORCID: 0000-0003-0736-6155); [d]Başkent Üniversitesi, Eğitim Fakültesi (ORCID: 0000-0001-6214-9888); [e]Başkent Üniversitesi, Eğitim Fakültesi (ORCID: 0000-0001-9492-5992)

Makale Geçmişi: Geliş tarihi: 31 Temmuz 2017; Yayına kabul tarihi: 28 Mayıs 2018; Çevrimiçi yayın tarihi: 18 Haziran 2018

Öz: Araştırmanın amacı, sınıf öğretmenliği programı birinci sınıf öğrencilerinin sayı kümelerine yönelik hazır bulunuşluklarını belirlemektir. Bu amaç doğrultusunda, öğrencilerin sayma sayıları, doğal sayılar, tam sayılar, rasyonel sayılar, irrasyonel sayılar, gerçel sayılar ve karmaşık sayıları sözel, model ve matematiksel temsiller ile ifade etmeleri istenmiştir. Araştırma yöntemi olarak betimsel araştırma türlerinden tarama modeli kullanılmıştır. Çalışmaya Ankara ilindeki bir vakıf üniversitesinde, Eğitim Fakültesi Sınıf Öğretmenliği Programında öğrenim gören gönüllü 61 öğrenci katılmıştır. Elde edilen veriler içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Analiz sonuçlarına göre, sınıf öğretmenliği programı birinci sınıf öğrencilerinin sayı kümeleri konusundaki hazırbulunuşluklarının düşük düzeyde olduğu belirlenmiştir. Katılımcıların sayı kümelerinin model temsillerinde zorlandıkları, sözel temsillerde doğal sayıları ve sayma sayılarını tanımlama eğiliminde oldukları, irrasyonel ve gerçel sayıları da diğer sayı kümeleriyle ilişkilendirme yaparak açıkladıkları görülmüştür. Ayrıca, sayı kümelerini açıklamaya çalışırken sözel, model ve matematiksel temsilleri birbirlerinin yerine kullandıkları belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Sınıf öğretmenliği öğrencileri, temel matematik, sayı kümeleri, temsil, hazırbulunuşluluk

DOI: 10.16949/turkbilmat.331798

Abstract: The aim of this study is to determine the readiness of the first year students in Primary Teacher Education Department about the number sets. In line with this aim, students were asked to express counting numbers, natural numbers, whole numbers, rational numbers, irrational numbers, real numbers, and complex numbers with verbal, model, and mathematical representations. This study was designed as a survey study which is a descriptive model. A total of 61 students at Primary Teacher Education Program at Faculty of Education in a private university in the province of Ankara, Turkey participated in the study on a voluntary basis. Content analysis method was used to analyze the data. Results showed that Primary Teacher Education students have low level of readiness in the number sets. It was determined that participants had difficulty in expressing number sets with models; they tended to define natural numbers and counting numbers verbally and they defined irrational and real numbers associating them with other number sets. Moreover, it was ascertained that they used verbal, model, and mathematical expressions interchangeably when expressing the number sets.

Keywords: Students of primary teacher education, fundamentals of mathematics, number sets, representation, readiness

See Extended Abstract

Sorumlu yazar: Özge Yiğitcan Nayir **e-posta:** yigitcan@baskent.edu.tr

* Bu çalışma 3. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu'nda sunulan bildirinin genişletilmiş halidir.

Kaynak Gösterme: Yiğitcan-Nayir, Ö., Kurt-Erhan, G., Koştur, M., Türkoğlu, H. ve Mirasyedioğlu, Ş. (2018). Sınıf öğretmenliği öğrencilerinin sayı kümelerine ilişkin hazırbulunuşluklarının sözel, matematiksel ve model temsilleriyle incelenmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *9*(2), 249-282.

1. Giriş

Değişen ve gelişen dünyada hızla artan bilgiye ulaşmak ve anlamlı öğrenmeyi gerçekleştirmek her alanda olduğu gibi matematik alanında da oldukça büyük önem taşımaktadır. Bu süreçte, bilgiyi dışarıdan alan ve ezber yapan öğrenci modelinden ziyade bilgiye ulaşan, bilgiyi kendi bilişsel süreçlerinden geçirerek içselleştiren, analiz edebilen ve ulaştığı bilgi ile yeni bilgiler elde eden öğrenci modeli benimsenmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2015). Matematik öğretiminde, kurala, ezbere ve formüle dayalı öğretim anlayışı yerine, kavramsal ve işlemsel bilgiyi bütünleştiren (Baki, 1996), karşılaştığı problemlere çözüm önerileri getiren, çeşitli çıkarımlarda bulunan öğrenci modeli yetiştirmeye yönelik öğretim önem taşımaktadır (Baykul, 2016). Kavramsal ve işlemsel bilginin bütünleştirilmesi, kavramlar ve kavramlar arası ilişkilerin özümsenmesi kalıcı öğrenmenin gerçekleşmesi açısından önemlidir (Skemp, 1976). Öğrenciler matematiksel fikirler kurdukça ve matematiksel kavramlar arasındaki bağlantıları zengin bir etkileşim olarak görmeye başladıkça kendi öğrenmeleri daha derin ve kalıcı olacaktır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Sayılar, okul öncesi dönemde temel sayma becerileri ile başlayan, ilerleyen sınıflarda basamak değeri ve sayı örüntüleriyle devam eden, orta öğretimin son kademelerine doğru ise sayılar arasında ilişki kurma, problem çözme gibi becerileri geliştirmeyi gerektiren bir konudur (Güler, Kar ve Işık, 2012). Ancak, öğrencilerin matematiksel bilginin temelini oluşturan sayılar öğrenme alanı altında yer alan kavramları tanımlamada ve ilişkileri betimlemede başarılı olamadıkları (Özdeş ve Kesici, 2015), dolayısıyla ilerleyen dönemlerde de bu güçlükleri yaşayacakları öngörülmüştür (Baykul, 2016). Bu bakımdan sayı kümelerine ilişkin derin bir öğrenmenin inşaası gerekmektedir (Baki, 2008; Güler, 2017). Bunun yanı sıra, sayı kümeleri ve bunlara ait özelliklerin ilişkilendirilmesi öğrencilerin bir sayı kümesini tam olarak anlamaları için gereklidir (NCTM, 2000).

Matematiğin hiyerarşik yapısı (Baykul, 2016) itibariyle de sayı kümeleri birbiriyle bağlantılı ve tutarlı bir bütün olarak ele alındığında, öğrencinin gerçel sayılara yönelik bilgisinin, rasyonel ve irrasyonel sayılara yönelik bilgisiyle doğrudan ilişkili olduğu bilinmektedir (Güven, Çekmez & Karataş, 2011). Kubar ve Çakıroğlu’nun (2017) tam sayıları konu alan çalışmalarında, tam sayıları doğal sayılar ve sayma sayıları kümesiyle ilişkili şekilde ele almaları buna örnek olarak gösterilebilir.

Matematiksel kavramların öğrenilmesi ve öğretilmesinde farklı temsillerin kullanılması temel matematiksel bir yeterlilik olup (NCTM, 2000) öğrencilerin matematiği yapılandırarak öğrenmesinde anahtar bir rol üstlenmektedir (Cramer & Henry, 2002). Temsiller, matematiksel kazanımlara ulaşmada, fikirlerin ilişkilendirilmesinde ve problem çözmede yardımcı olmaktadır (Zazkis & Sirotic, 2010). Matematiksel fikirler çeşitli şekillerde; resimler, yazılı semboller, konuşma dili, gerçek dünya durumları ve manipulatif modeller ile temsil edilebilir (Lesh, Post & Behr, 1987). Bu farklı temsil biçimlerinin bir veya birkaçının kullanılmasıyla bu becerilerin kazanılması mümkün görünmektedir (NCTM, 2000). Farklı temsil biçimlerinin kullanımının yanı sıra, temsil biçimlerinin kendi içinde veya birinden diğerine dönüştürülmesi de matematiksel kavramların anlamlı ve kalıcı öğrenilmesinde belirleyici bir ölçüt olarak değerlendirilmektedir (Janvier, 1987; Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2010). Ayrıca, farklı temsillerin kullanımı bir kavrama ait farklı anlamların ortaya çıkmasını da sağlamaktadır (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2010).

MEB (2015) öğretim programında matematik eğitiminin genel amaçları arasında model kurabilme, modelleri sözel ve matematiksel ifadelerle ilişkilendirebilme, matematiksel düşünceyi mantıklı bir şekilde açıklamak için matematiksel terminoloji ve dili düzgün, doğru ve tutarlı biçimde kullanabilme hedefleri dikkat çekmektedir. Bu amaçlar problem çözme, iletişim, ilişkilendirme, akıl yürütme becerileriyle de ilişkilidir. Örneğin, problem çözme becerisinde şekil ve tablo gibi temsiller oluşturabilme ve bunların kullanılması önemlidir. İletişim becerisinde fiziksel, resim, grafik, sembolik, sözel ve matematiksel temsiller arasında ilişki kurabilme ön plana çıkmaktadır. Akıl yürütme becerisinin gelişmesinin temelinde ise temsilleri, matematik kurallarını, modelleri ve ilişkileri kullanma becerisi vurgulanmaktadır (MEB, 2015). Belirtilen amaçlar ışığında, bir matematiksel kavram öğrenildiğinde öğrencinin bu kavramı farklı temsil biçimleriyle, örneğin, sözel, matematiksel ve model temsilleriyle uygun biçimde ifade etmesi beklenir.

İlgili alan yazında yer alan araştırmalarda, sayı kümelerinin genellikle ayrı ayrı ele alındığı görülmüş; farklı sınıf seviyelerindeki öğrenci ve öğretmen adaylarının öğrenme güçlükleri, kavram yanılgıları, bilgi düzeyleri ve anlamaları gibi değişkenlerin incelendiği çalışmalar tespit edilmiştir. Baştürk ve Taştepe (2013) sınıf öğretmenliği bölümü 3. sınıf öğrencilerinin sayı kümeleriyle ilgili kavramlarını araştırmışlardır. Çalışmaya dahil edilen sayı kümeleri tam sayılar, rasyonel sayılar, irrasyonel sayılar, ondalık sayılar ve kesirli sayılar şeklinde belirlenmiş ve katılımcıların sayı kümelerini birbirlerinden nasıl ayırdıkları incelenmiştir. Çalışma sonuçları, öğretmen adaylarının büyük bir kısmının sayı kümelerini sayıların yazım şekilleriyle birbirlerinden ayırt ettiklerini göstermiştir. Örneğin, kök içindeki her sayının irrasyonel, virgül ile gösterilen her sayının da ondalık sayı olduğuna dair bir eğilim olduğu belirlenmiştir. Sayı kümeleri arasındaki ilişkinin araştırıldığı bir başka çalışmada Adams (1998), sınıf öğretmeni adaylarının sayma sayıları, doğal sayılar, tam sayılar, rasyonel sayılar ve gerçel sayılar kümesi arasındaki altküme kapsama ilişkisini anlamada büyük ölçüde eksik olduklarını belirtmiştir. Benzer şekilde, Özdeş ve Kesici'nin (2015) 9. sınıf öğrencileriyle yaptığı araştırmada, öğrencilerin doğal sayıları diğer sayı kümelerinden ayırt edemedikleri ve sayı kümeleri arasında altküme ve kapsama ilişkisini kuramadıkları gösterilmiştir.

Sayı kümelerinden rasyonel ve irrasyonel sayıların daha fazla sayıda araştırmaya konu oldukları görülmektedir. Bu çalışmanın amacına benzer şekilde Toluk-Uçar'ın (2016) ortaokul matematik öğretmen adaylarıyla yürüttüğü çalışmasında, rasyonel ve irrasyonel sayıların tanımlanması, gerçel sayıların ise alt kümeleriyle birlikte şema ile gösterilmeleri istenmiştir. Ayrıca, a/b şeklinde veya kök içinde verilerek farklı temsil biçimlerinin kullanıldığı sayıların rasyonel ya da irrasyonel olmaları sorgulanmıştır. Araştırmanın bulguları, öğretmen adaylarının neredeyse yarısının irrasyonel sayıları rasyonel olmayan sayılar şeklinde tanımlarken; gerçel sayıların şema ile gösteriminde rasyonel ve irrasyonel sayıların kesişiminin olduğu yanılgısının yaygın olduğunu göstermiştir. Diğer taraftan rasyonel sayıların genellikle kesir ve tam sayı ile ilişkilendirildiği, irrasyonel sayıların ise kök içinde temsil edilen sayılarla eşleştirildikleri belirlenmiştir. Benzer bulgular Zazkis ve Sirotic'in (2010) aynı çalışma grubuyla yaptıkları araştırmanın bulgularında da görülmektedir. Zazkis ve Sirotic (2010), ortaokul matematik öğretmen adaylarının bir sayının rasyonel veya irrasyonel olduğunu nasıl temsil edildiğine göre belirleme eğiliminde olduklarını belirtmiş, ondalık gösterimin genellikle irrasyonel, basit kesir gösterimlerinin ise rasyonel sayıları temsil ettiği şeklinde düşündüklerini ifade etmiştir. İrrasyonel sayıların nasıl tanımlandığına yönelik bir başka çalışma Kara ve Delice (2012) tarafından yürütülmüştür. Bu çalışmada hem ortaöğretim matematik öğretmenliği bölümü 2. sınıf öğrencilerinin hem de 9. sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayılara ilişkin önbilgileri, bu sayıları göstermede kullanılan temsil biçimleri ve diğer sayı kümeleriyle ilişkileri gibi konular irdelenmiştir. Araştırma sonucunda her iki gruptaki öğrencilerin irrasyonel sayıları matematiksel bir terim olarak bildiklerini, ancak rasyonel ve irrasyonel sayıları birbirlerinden ayırt etmede sembolik olarak yeterli olmadıklarını göstermiştir. Çiftçi, Akgün ve Soylu (2015), verilen bir sayının irrasyonel olup olmadığını göstermede, matematik öğretmeni adaylarının çözüm yollarıyla ilgili anlayış ve yaklaşımlarını araştırmışlardır. Çözüm yollarında kitap ve derslerde gösterilen standart yöntemlerin kullanıldığı, rasyonel ve irrasyonel sayı algılarının yeterli olmadığı belirlenmiştir. Güler'in (2017) matematik öğretmenleriyle yürüttüğü çalışmasında, katılımcıların irrasyonel sayılara yönelik bilgi düzeyleri farklı boyutlarda incelenmiştir. İrrasyonel ve rasyonel sayıların matematiksel olarak nasıl tanımlandıkları boyutu göz önünde bulundurulduğunda, öğretmenlerin hem rasyonel hem de irrasyonel sayıları tanımlamada kullandıkları matematiksel dilin zayıf olduğu ve belirtilen sayı kümelerine ilişkin tanımlamaların eksik olduğu belirtilmiştir. Rasyonel sayıların, çoğunlukla a/b şeklinde ifade edilen sayılar olarak tanımlanırken, irrasyonel sayıların da "rasyonel olmayan sayılar" şeklinde tanımlandığı ifade edilmiştir.

Sınıf öğretmenliği öğrencilerinin, sayı kümelerine ilişkin kavramsal bilgileri yeterli düzeyde değildir (Adams, 1998). Bu bakımdan, sınıf öğretmeni olma yolunda ilerleyen öğrencilerin sayı kümelerine yönelik hazırbulunuşluk düzeylerini incelemek önem teşkil etmektedir. Zira öğrenmenin gerçekleşmesinde ve yeni bilginin edinilmesinde hazırbulunuşluk önemli rol oynamaktadır (Başar, 2001). Hazırbulunuşluk, eğitim sürecinin etkili olmasında önemli bir girdi olup (Bloom, 1995); bilişsel, duyuşsal, sosyal ve psikomotor olarak bir etkinliği yürütmeye hazır olma olarak tanımlanabilir (Yapıcı, 2004). Bu çalışmada ise hazırbulunuşluk, sınıf öğretmenliği programı 1. sınıf öğrencilerinin, sayı kümeleriyle ilgili ilkokuldan lise son sınıfa kadar var olan bilgilerinin belirlenen amaç çerçevesinde ele alınmasıdır.

İlgili alan yazında belirtilen çalışmalarda, daha önce değinildiği üzere, sayı kümelerinin ayrı ayrı ele alındığı tespit edilmiştir. İlkokul yıllarından itibaren öğrencilerin tanıştığı ilk sayı kümelerinden lise son sınıfa kadar öğrendiği tüm sayı kümelerinin (sayma sayıları, doğal sayılar, tam sayılar, rasyonel sayılar, irrasyonel sayılar, gerçel (reel) sayılar, karmaşık sayılar) dahil edildiği bu çalışmada, sınıf öğretmenliği programı öğrencilerinin hazırbulunuşluklarının araştırılması alan yazındaki diğer çalışmalardan ayırt edilen önemli bir farklılık olarak görülmektedir. Sayı kümelerinin bütüncül olarak ele alınması, sınıf öğretmenlerinin ileride öğretim yapacakları öğrencilerin sayı hissini, sayılara yönelik kavramsal ve işlemsel bilgilerini, sayı kümelerinin özelliklerini (NCTM, 2000) kazanmaları bakımından da önemlidir. Ayrıca, sayma sayılarından karmaşık sayılara kadar var olan bilgilerin farklı temsillerin kullanılarak ortaya konulması yönüyle de bu çalışmanın ilgili alan yazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bunun yanı sıra, çalışmanın bulguları ışığında, üniversiteye yeni başlayan sınıf öğretmenliği öğrencilerinin var olan bilgilerinin belirlenerek hazırbulunuşluklarının ortaya konulması, onların öğretmenlik mesleğine donanımlı hazırlanmaları için gerekli öğretimi tasarlamak adına da önemlidir. Bu fikirler ışığında, bu çalışmanın amacı, sınıf öğretmenliği programı 1. sınıf öğrencilerinin sayı kümelerine yönelik hazır bulunuşluluklarının sözel, model ve matematiksel temsilleriyle incelenmesidir.

2. Yöntem

Bu kısımda araştırmanın deseni, katılımcılar, veri toplama aracı, veri toplama süreci ve veri analizi ile ilgili bilgiler verilmiştir.

2.1. Araştırma Deseni

Bu araştırma, betimsel araştırma türlerinden tarama modelindedir. Tarama çalışmalarında, kişilerin, grupların ya da fiziksel ortamların özellikleri ortaya çıkarılmaya çalışılır (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2013) ve geçmişte ya da halen var olan bir durumu olduğu şekliyle betimlemek amaçlanır (Karasar, 2005). Bu çalışmada da araştırmacılar tarafından hazırlanan veri toplama aracıyla, birinci sınıfa başlamış sınıf öğretmenliği öğrencilerinin sayı kümelerine ilişkin hazırbulunuşlukları sözel, model ve matematiksel temsilleriyle belirlenmeye çalışılmıştır.

2.2. Katılımcılar

Araştırmanın amacına yönelik derinlemesine bilgi edinmek ve zengin veri elde etmek için amaçlı örneklem yöntemi seçilmiştir. Amaçlı örneklem yönteminde amaç seçilen örneklemin daha geniş bir kitleyi temsil etmesi değil, derinlemesine araştırma yapabilmek için araştırmanın amacına uygun olan ve kolay ulaşılabilir ve uygulama yapılabilir bir grup seçilmesidir (Büyüköztürk ve ark, 2013; Patton, 2002).

Sınıf öğretmenliği programında öğrenim gören öğrenciler dört yıllık lisans eğitimleri boyunca matematik alanı ile ilgili olarak Temel Matematik I-II ve Matematik Öğretimi I-II derslerini almaktadır. Temel Matematik I dersine kayıtlı olan sınıf öğretmenliği programı öğrencileri araştırmaya katılmıştır. Katılımcılar, Ankara ilinde bir vakıf üniversitesinde, Eğitim Fakültesi Temel Eğitim Bölümü Sınıf Öğretmenliği Programına kayıtlı olan ve çalışmaya gönüllü olarak katılan 55 kadın 6 erkek olmak üzere toplam 61 öğrencidir. Katılımcıların 8'i Ankara dışındaki liselerden mezun olmuştur. Lise türleri farklılık göstermekte olup, 30'u anadolu, 20'si özel, 5'i temel, 1'i anadolu imam hatip, 1'i sağlık meslek, 1'i anadolu öğretmen, 1'i de açık lise mezunudur. 2 öğrenci lise türünü belirtmemiştir. Üniversiteye giriş sınavından aldıkları ve sınıf öğretmenliği programına kayıt yaptırdıkları türkçe ve matematik ağırlıklı puanları (TM1) 279 ile 379 arasındadır.

2.3. Veri Toplama Aracı ve Süreci

Araştırmanın planlanması aşamasında, sınıf öğretmenliği öğrencilerinin Temel Matematik I-II dersine yönelik hazırbulunuşluklarının incelenmesi amacıyla yapılan ilk görüşmelerde ilgili alan yazının incelenmesi ve beş araştırmacının kişisel deneyimleri göz önünde bulundurularak araştırmada ele alınması gereken konuların sayı kümeleriyle sınırlandırılması gerektiği ve tüm sayı kümelerinin çalışmaya dahil edilmesi konusunda fikir birliğine varılmıştır.

Veri toplama aracı olarak, belirlenen sayı kümelerinin sözel, model ve matematiksel temsilleriyle ifade edilmesinin istendiği bir form oluşturulmuştur. Bu form, matematik eğitimi alanında uzman olan çalışmanın araştırmacıları tarafından son halini almıştır (Tablo 1).

Tablo 1. Veri Toplama Aracı Olarak Kullanılan Form

	Temsiller		
Sayı Kümesi	**Sözel**	**Model**	**Matematiksel**
Sayma Sayıları			
Doğal Sayılar			
Tam Sayılar			
Rasyonel Sayılar			
İrrasyonel Sayılar			
Gerçel Sayılar			
Karmaşık Sayılar			

2016-2017 öğretim yılı güz yarıyılının ilk haftasında öğrencilere veri toplama aracı olarak kullanılan form uygulanmıştır. Öğrencilere bu uygulamanın sayı kümelerine yönelik hazırbulunuşluklarının belirlenmesi amacıyla yapıldığı ve notlandırılmayacağı belirtilmiştir. Öğrencilere sayı kümelerini sözel, model ve matematiksel temsilleri ile ifade etmekten ne beklendiği açıklanmıştır. Veri toplama aracını ek kaynak kullanmadan bir ders saati süresince ve herhangi bir yönlendirme yapılmadan bireysel olarak doldurmaları istenmiştir.

2.4 Veri Analizi

Öğrencilerin üç farklı temsil biçimiyle (sözel, model ve matematiksel) ifadeleri içerik analizi yöntemi kullanılarak analiz edilmiştir. İçerik analizi, nitel verilerin içinde saklı olan gerçeklerin ortaya çıkarılmasında kullanılan bir veri analizi türüdür (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Araştırmacılar, öncelikle 1'den 61'e kadar numaralandırılan formları incelemişler ve verilerin nasıl analiz edilmesi gerektiği konusunda fikir birliğine varmışlardır. Dört araştırmacı iki gruba ayrılarak, 61 öğrenciye ait formları analiz etmişlerdir. Sözel, model ve matematiksel temsiller tema olarak kabul edilmiştir. Bu aşamadan sonra, öğrenci yanıtlarından elde edilen kodları bir araya getirerek her bir tema altında *kabul edilen* ve *kabul edilmeyen* kategorileri oluşturulmuştur. Son aşamada ise dört araştırmacı bir araya gelerek her sayı kümesine ait kodlar için fikir birliği ve ayrılığı hesaplanmıştır. Miles ve Huberman'ın (1994) güvenilirlik formülü kullanılarak (Güvenirlik = Görüş Birliği/ (Görüş Birliği + Görüş Ayrılığı)), araştırmanın güvenilirliği % 90 olarak belirlenmiştir. Miles ve Huberman'a (1994) göre güvenilirliği % 90 ve üzerinde olan çalışmalar güvenilir kabul edilmektedir.

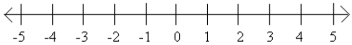
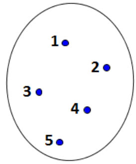
Bu kategorilerin belirlenme ölçütleri Tablo 2'de verilmiştir. Kabul edilen temsiller altında tamamen doğru ve kısmen doğru yanıtlar ele alınmıştır. Kısmen doğru yanıtlar, istenilen temsili yansıtan, yanlış olmayan; ancak matematiksel olarak bakıldığında eksik bilgi içeren temsillerdir. Örneğin; sayma sayıları için "1'den başlayan sayılar" ifadesi kısmen doğru olarak değerlendirilmiştir. Bu ifadenin tamamen doğru kabul edilebilmesi için "1'den başlayan ve sonsuza kadar giden doğal sayılar" veya "pozitif doğal sayılar kümesi" ifadeleri beklenmektedir. Kabul edilen kategoriler altında her bir temsil alt kategorilere ayrılırken; kabul edilmeyen kategorisinde alt kategoriler belirlenmemiştir.

Tablo 2. Kategorilerin belirlenme ölçütleri

Kabul edilen	İstenilen temsile (sözel, model ve matematiksel) uygun ve sayı kümesiyle ilgili <u>tamamen</u> ya da <u>kısmen doğru</u> olan yanıtlar ***Örn:*** Sayma sayılarının sözel temsili için "1'den başlayan sayılar"
Kabul edilmeyen	İstenilen temsile <u>uygun olmayan</u> ve sayı kümesiyle ilgili <u>yanlış</u> bilgi içeren yanıtlar ***Örn:*** Sayma sayılarının sözel temsili için "1'den başlayıp 10'da biten sayılar"

Bu çalışma kapsamında, veri analizinde öğrenci yanıtlarından beklenen sözel, model ve matematiksel temsillerin analizinde izlenen yol sayı kümelerinden örnekler verilerek aşağıda açıklanmıştır:

- Sözel temsil: Öğrencilerin sahip oldukları bilgilere dayanarak kendi kelime veya cümleleriyle sayı kümelerini ifade etmeleridir. Örnek: Doğal sayılar için "*0'dan başlayıp sonsuza giden tam sayılar*" sayma sayıları için "*1'den başlayan ve sonsuza kadar devam eden doğal sayılar*"; irrasyonel sayılar için "*rasyonel olmayan gerçel sayılar*" veya "*ondalık kısmı devretmeyen gerçel sayılar*" ifadeleri tamamen doğru kabul edilen sözel temsillerdir.
- Model temsili: Öğrencilerin, resim, diyagram, tablo ya da grafik gibi görsel nesneler kullanarak sayı kümelerini ifade etmeleridir. Örnek: Tam sayı örneklerini sayı doğrusu üzerinde gösterme (bkn; Şekil 1); doğal sayılar örneklerini Venn şemasında gösterme.

Sayı doğrusu modeli	Venn şeması modeli
	

Şekil 1. Sayı doğrusu ve Venn şeması model temsilleri

- Matematiksel temsil: Öğrencilerin sadece matematik dilinde anlam bulan, matematiğe özgü semboller kullanarak, formal olarak sayı kümelerini ifade etmeleridir. Örnek: Sayma sayıları için "$N^+ \subset N \subset Z$", rasyonel sayılar için "$\frac{a}{b} : a, b \in Z$ ve $b \neq 0$", irrasyonel sayılar için "$a, b \in Z$ ve $b \neq 0$ olmak şartıyla $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılamayan sayılar".

3. Bulgular

Sınıf öğretmenliği 1. sınıf öğrencilerinin sayı kümelerinden sayma sayısı, doğal sayı, tam sayı, rasyonel sayı, irrasyonel sayı, gerçel sayı ve karmaşık sayı kümelerini sözel, model ve matematiksel temsillerinden elde edilen bulgular her sayı kümesi için ayrı ayrı, katılımcıların ifadelerinden örnekler verilerek açıklanmıştır. Bulguların verildiği tabloların sayfaya sığmaması nedeniyle model temsilinde yer alan kodların (sayı doğrusu modeli, Venn şeması, vb.) model temsili yerine yazılı ifadeleri sunulmuştur.

3.1. Sayma Sayıları

Öğrencilerin sayma sayıları kümesi ile ilgili sözel, model ve matematiksel temsil temalarında ortaya çıkan kategoriler ve alt kategoriler Tablo 3'te verilmiştir.

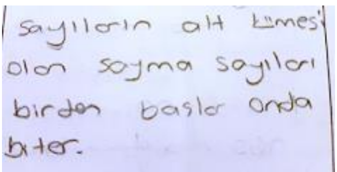
Tablo 3. Sayma sayıları ile ilgili sözel, model ve matematiksel temsiller

			f	%
Sözel Temsil		***Kabul edilen***	**f**	**%**
		1'den başlayan sayılar	26	42,6
		Sonsuza giden sayılar	16	26,2
		1'den başlayarak sonsuza giden sayılar	15	24,5
		1'den başlayıp sonsuza kadar giden pozitif tam sayılar	3	4,9
		Pozitif sayıların tümü	2	3,3
		Kabul edilmeyen	**f**	**%**
		1'den başlayıp 10'da biten sayılar	9	14,7
	Boş		1	1,6

Tablo 3'ün devamı

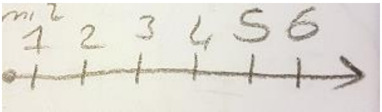
Model Temsil		***Kabul edilen***	**f**	**%**
	Sayı doğrusu	Sayı doğrusu üzerinde 1'den +∞'a kadar sayıların gösterimi	18	29,5
	Şekil	Günlük hayattan örnek resimler (Venn şeması, saat, abaküs)	6	9,8
		Kabul edilmeyen	**f**	**%**
		Sayı doğrusu üzerinde 1,2,…10 gösterimi	8	13,1
		1, 2, 3, 10, 20, 30, 100, 500, 1000, …	4	6,5
		1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	3	4,9
		Venn şemasında 1'den 10'a kadar sayıları yazma	2	3,3
		Sayı doğrusu üzerinde -2, -1, 0, 1, 2 gösterimi	1	1,6
	Boş		3	4,9
Matematiksel Temsil		***Kabul edilen***	**f**	**%**
		$N^+ = \{1,2,3,4,...\}$	9	14,7
		1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …	5	8,2
		S	3	4,9
		$N^+ \subset N \subset Z$	1	1,6
		Kabul edilmeyen	**f**	**%**
		$A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$	3	4,9
		$[1, \infty)$	3	4,9
		$0 \not\subset 1 \subset sayılar$	2	3,3
		1'den 10'a kadar olan sayılar	1	1,6
		-∞ ile +∞ arasındaki sayılar	1	1,6
		En küçük kümesi 1	1	1,6
		Pozitif sayılar	1	1,6
		1'den sonsuza giden (+) pozitif doğal sayılar	1	1,6
		0'ın dahil olmadığı sayılar	1	1,6
	Boş		10	16,4

Öğrencilerin kabul edilen sözel temsillerinde sayma sayılarını sıklıkla; *1'den başlayan* (f=26), *sonsuza giden* (f=16) ve*1'den başlayarak sonsuza giden sayılar* (f=15) olarak; kabul edilmeyen sözel temsillerinde ise *1'den başlayıp 10'da biten sayılar* (f=9) olarak ifade ettikleri görülmüştür. Şekil 2'de Ö1'in sözel temsil ifadesi görülmektedir. Öğrenci ifadesinde sayma sayılarını 1'den başlayıp 10'da biten sayılar olarak sınırlı bir sayı kümesi olarak belirttiği, sonsuza kadar gittiğini belirtmediği için, kabul edilmeyen temsil kategorisinde yer almıştır.



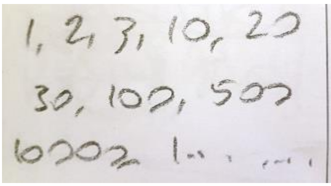
Şekil 2.Ö1'in sayma sayılarını kabul edilmeyen sözel temsili

Kabul edilen model temsilleri altında, "sayı doğrusu" ve "şekil" alt kategorileri belirlenmiştir. Öğrenciler kabul edilen model temsillerinde sıklıkla *sayı doğrusu üzerinde sayıları 1'den sonsuza kadar işaretleyerek göstermişlerdir* (f=18). Şekil alt kategorisinde ise *günlük hayattan örnek resimler çizmişlerdir* (f=6). Kabul edilmeyen model temsillerinde ise *1'den 10'a kadar olan sayıları sayı doğrusu üzerinde gösterdikleri* (f=8), V*enn şemasında gösterdikleri* (f=2) ve *sıralı biçimde yazdıkları* (f=3) görülmüştür. Şekil 3'de Ö5'in sayma sayılarını model temsili görülmektedir. Bu ifadede öğrenci, sayma sayılarını 1'den başlatıp 6'ya kadar sayı doğrusunda göstermiştir. Bu temsilde sayma sayılarının 6'ya kadar gösterimi sayı kümesinin tanımını sınırlandırdığı ve tam olarak yansıtmadığı için kabul edilmeyen temsil kategorisinde ele alınmıştır.



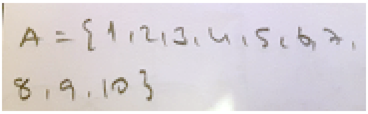
Şekil 3. Ö5'in sayma sayılarının kabul edilmeyen model temsili

Bazı öğrencilerin ise sayma sayılarına doğru örnekler verdikleri *(1,2,3,10,20,30,100,500,1000,…),* fakat model temsiliyle ifade etmedikleri görülmüştür (f=4). Şekil 4'te Ö26'nın model temsili görülmektedir. Öğrenci sayma sayılarının model temsili için sayma sayılarına örnekler vermiş ve sonsuza kadar devam ettiğini belirtmiştir. Fakat bu gösterim model temsili ifade etmediği için kabul edilmeyen kategorisinde yer almıştır.



Şekil 4. Ö26'nın sayma sayılarının kabul edilmeyen model temsili

Matematiksel temsilin kabul edilen kategorisinde öğrenciler sıklıkla sayma sayılarını, N^+ (f=9) sembolü ile ve *1'den başlayıp sonsuza giden sayılar olarak (1,2,3,4,…)* (f=5) açıklamışlardır. Kabul edilmeyen kategorisinde ise *1'den 10'a kadar sayıların* liste yöntemi ile yazımı (f=3*),* $[1,\infty)$ gösterimi (f=3) ve sözel olarak temsil edilen *pozitif sayılar* (f=1)*, 1'den 10'a kadar olan sayılar* (f=1) gibi ifadeler dikkat çekmektedir. Şekil 5'te Ö10'nun matematiksel temsili görülmektedir. Öğrenci bu temsilinde 1'den 10'a kadar olan sayıları liste yöntemi ile ifade etmiştir. Bu temsilde öğrenci sayma sayılarını 1 ile 10 arasında sınırlandırmış ve sonsuza gitme durumunu ifade etmemiştir. Bu nedenle öğrencinin cevabı kabul edilmeyen kategorisinde yer almıştır. 10 öğrenci sayma sayılarının matematiksel temsiliyle ilgili kısmı boş bırakmıştır.



Şekil 5. Ö10'un sayma sayılarının kabul edilmeyen matematiksel temsili

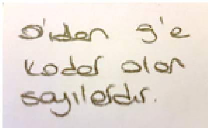
Doğal Sayılar

Öğrencilerin doğal sayılar kümesi ile ilgili sözel, model ve matematiksel temsil temalarında ortaya çıkan kategoriler ve alt kategoriler Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4. Doğal sayılar ile ilgili sözel, model ve matematiksel temsiller

Sözel Temsil		***Kabul edilen***	**f**	**%**
		0'dan başlayan	40	65,5
		Sonsuza giden	28	45,9
		0'dan başlayıp sonsuza giden sayılar	17	27,8
		Pozitif sayıların tümü	11	18,1
		Negatif olmayan sayılar	7	11,5
		Sayıların alt birimi	1	1,6
		Sayma sayılarından sonraki grup	1	1,6
		Kabul edilmeyen	**f**	**%**
		0'dan 9'a kadar olan sayılar	4	6,5
		Negatif sayıların tümü	1	1,6
		Tam sayı olmayan sayılar	1	1,6
	Boş		1	1,6
Model Temsil		***Kabul edilen***	**f**	**%**
	Sayı doğrusu	Doğal sayıları örneklerini gösterme	29	47,5
		Doğal sayıların 0'dan başlayıp sonsuza gittiğini gösterme	12	19,6
	Venn Şeması	Venn şeması çizme	9	14,7
		Venn şeması içinde sayıları 0,1,2,3, … şeklinde yazma	6	9,8
	Şekil	Günlük hayattan örnek resimler çizme (Hesap makinesi, Metre resmi)	5	8,2
	Boş		2	3,3
Matematiksel Temsil		***Kabul edilen***	**f**	**%**
		N	23	34,4
		0,1,2,3, …	4	6,5
		$0 \subset N$	3	4,9
		$N \subset Z$	2	3,3
		Liste yöntemiyle gösterme	19	31,1
		Kabul edilmeyen	**f**	**%**
		Sayı doğrusunu kullanma	22	36,1
		$N = \{0,1,2,3,4\}$	7	11,5
		$[0, \infty)$	5	8,2
		N^+	4	6,5
		$Z \subset N$	2	3,2
	Boş		7	11,5

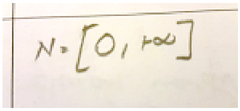
Doğal sayıların sözel temsillerinin, kabul edilen kategorisinde, öğrencilerin çoğunluğunun doğal sayıların *0'dan başladığını* (f=40) kabul ettikleri görülmüştür. Öğrenciler yine sıklıkla doğal sayıların *sonsuza giden sayılar* (f=28) olduğunu belirtmişlerdir. Doğal sayıların *0'dan başlayıp sonsuza giden sayılar* olduğunu (f=17) belirten öğrenciler de bulunmaktadır. Bazıları ise doğal sayıları tam sayılarla ilişkilendirerek, *pozitif sayıların tümü* (f=11) ve *sayıların alt birimi (f=1)* olduğu yorumlarını yapmıştır. Kabul edilmeyen kategorisindeki sözel temsillerde ise bazı öğrencilerin doğal sayıların sadece rakamlardan oluştuğunu düşünerek, *0'dan 9'a kadar olan sayılar* (f=4) şeklinde düşündükleri belirlenmiştir. Şekil 6'da verilen Ö34'ün sözel ifadesi bu duruma örnektir. Bu ifadede öğrenci doğal sayıları 0'dan 9'a kadar kabul ederek rakamlarla karıştırmıştır. Bu nedenle öğrencinin cevabı kabul edilmeyen kategorisinde yer almıştır.



Şekil 6. Ö34'ün doğal sayıların kabul edilmeyen sözel ifadesi

Öğrencilerin model temsilleri incelendiğinde, kabul edilen kategorisinde,"sayı doğrusu", "Venn şeması" ve "şekil" alt kategorileri belirlenmiştir. Sayı doğrusu alt kategorisinde, öğrenciler çoğunlukla *doğal sayı örneklerini sayı doğrusu üzerinde göstermişlerdir* (f=29). *Doğal sayıların 0'dan başlayarak sonsuza gittiğini* sayı doğrusu üzerinde gösteren (f=12) az sayıda öğrenci bulunmaktadır. Sayı doğrusu üzerinde Venn şeması alt kategorisinde bir araya gelen kodlar *Venn şeması çizme* (f=9) ve *Venn şeması içinde doğal sayıları 0,1,2,3,…* şeklinde yazmadır (f=6). Şekil alt kategorisinde ise birkaç öğrenci *günlük hayattan örnek resimler çizerek (hesap makinesi, metre resmi gibi)* (f=5) doğal sayıları açıklamıştır. Model ile temsil temasında kabul edilmeyen kategorisi altında herhangi bir kod bulunmamaktadır.

Doğal sayıların kabul edilen matematiksel temsillerinde, öğrencilerin çoğunluğunun "*N*" sembolünü kullandıkları (f=23) ve doğal sayıları *liste yöntemi kullanarak* (f=19) açıkladıkları belirlenmiştir. Kabul edilmeyen kategorisinde çoğu öğrenci *sayı doğrusu modeli kullanarak*(f=22), bazı öğrenciler ise *liste yöntemi* kullanarak sınırlı sayıda elemanla *(*$N = \{0,1,2,3,4\}$*)* (f=7) doğal sayılar kümesini ifade etmişlerdir. Birkaçı ise, doğal sayıları gerçel sayıların matematiksel ifadesi ile karıştırarak *yarı açık aralıkla* $[0,\infty)$ (f=5) açıklamıştır. Şekil 7'de Ö50'nin doğal sayıların matematiksel temsili görülmektedir. Öğrenci bu temsilinde, aralıktaki gerçel sayıları ifade ettiği ve sonsuzu da aralığa dahil ederek gösterim hatası yaptığı için bu ifade kabul edilmeyen temsil kategorisinde yer almıştır.



Şekil 7. Ö50'nin doğal sayıların kabul edilmeyen matematiksel temsili

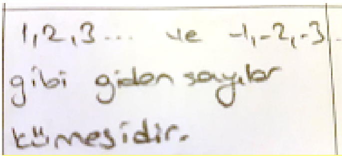
Tam Sayılar

Öğrencilerin tam sayılar kümesi ile ilgili sözel, model ve matematiksel temsil temalarında ortaya çıkan kategoriler ve alt kategoriler Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 5. Tam sayılar ile ilgili sözel, model ve matematiksel temsiller

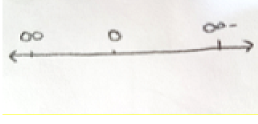
Sözel Temsil		***Kabul edilen***	**f**	**%**
		Sıfırdan başlayıp hem eksi hem artı yönde sonsuza giden sayılar	18	25,9
		Negatif tam sayılar ve pozitif tam sayılar	12	19,6
		Kesirli ve ondalık olmayan sayılar	9	14,7
		Sayı doğrusunda görebildiğimiz paydası 1 olan sayılar	5	8,1
		Doğal sayılar ve negatif sayılar	4	6,5
		Bir sayının tam katı ya da tam böleni olan sayılar	3	4,9
		Sıfırla beraber pozitif ve negatif sayıları içine alan sayılar	3	4,9
		Doğal sayıların bir büyük kümesi	1	1,6
		Kabul edilmeyen	**f**	**%**
		Pozitif sayıların tümü	6	9,8
		0 dahil değil	3	4,9
	Boş		3	4,9
Model Temsil		***Kabul edilen***	**f**	**%**
	Sayı Doğrusu	Sayı doğrusu üzerinde gösterim	12	19,6
	Venn Şeması	Venn şeması içinde Z gösterimi	2	3,3
		Kabul edilmeyen	**f**	**%**
		Sayı doğrusu üzerinde $-\infty, 0, +\infty$ gösterimi	19	31,1
		-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, …	7	11,5
		$(-\infty, 0, +\infty)$, $-\infty, \ldots, 0, \ldots, +\infty$	3	4,9
		$\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, $\{-\infty, \ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots, +\infty\}$	2	3,3
	Boş		4	6,5
Matematiksel Temsil		***Kabul edilen***	**f**	**%**
		Z^{+}veZ^{-}	13	21,3
		Z	12	19,6
		$Z = \{\ldots, -4, -3, \ldots, 0, 1, \ldots\}$	4	6,5
		$Z^{+} + Z^{-} + \{0\}$	3	4,9
		$(0,1,2,3,4,5,\ldots)$ ve $(\ldots, -3, -2, -1)$	3	4,9
		$N \subset Z$	1	1,6
		Kabul edilmeyen	**f**	**%**
		$-\infty, +\infty$ arasındaki sayılar	2	3,3
		$\{N^{-} \cup 0 \cup N^{+}\}$	2	3,3
		Venn şeması içinde Z^{-} ve Z^{+}	1	1,6
		Venn şeması içinde $Q \supset Z$ gösterimi	1	1,6
		Sayı doğrusu üzerinde sıfır noktası, sıfırın sağındaki pozitif, solundaki negatif sayılar	1	1,6
		Ondalıklı sayıları kapsamayan sayılar	1	1,6
	Boş		6	9,8

Bazı öğrenciler, sözel temsillerin kabul edilen kategorisinde tam sayıları *sıfırdan başlayıp hem eksi hem artı yönde sonsuza giden sayılar* olarak (f=18) ifade ederken, bir kısmı *negatif ve pozitif tam sayılar olmak üzere ikiye ayrıldığını* (f=12) belirtmişlerdir. Bazıları ise diğer sayılarla ilişkilendirerek *kesirli ve ondalık olmayan sayılar* (f=9) ve *sayı doğrusunda görebildiğimiz paydası 1 olan sayılar* (f=5) olarak ifade etmişlerdir. Sözel temsil temasının kabul edilmeyen kategorisinde, bazı öğrenciler, tam sayıların sadece *pozitif sayılardan oluştuğunu* belirtmişler (f=6)ve *0'ı tam sayılara dahil etmemişlerdir* (f=3). Şekil 8'de Ö17'nin tam sayıları sözel ifadesi verilmiştir. Bu ifadede öğrenci tam sayıları pozitif ve negatif yönde sonsuza giden sayılar olarak kabul ettiği halde 0'ı tam sayılar kümesine dahil etmemiştir. Bu nedenle öğrencinin verdiği cevap kabul edilmeyen temsil kategorisinde yer almıştır.



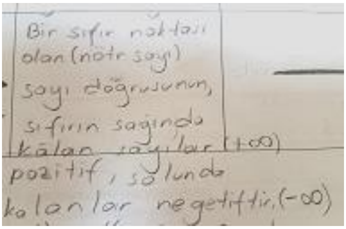
Şekil 8. Ö17'nin tam sayıların kabul edilmeyen sözel temsili

Kabul edilen model temsillerde ise "sayı doğrusu" ve "Venn şeması"alt kategorileri ortaya çıkmıştır. Bazı öğrenciler tam sayıları *sayı doğrusu* üzerinde (f=12) göstermişler, bazıları ise *Venn şeması* çizerek tam sayıları içerdiğini belirtmişlerdir (f=2). Kabul edilmeyen temsillerde bazı öğrenciler gerçel sayıları göz önünde bulundurmadan *sayı doğrusu üzerinde* $-\infty, +\infty$ ve *0'ı gösterip* (f=19), birkaçı ise model kullanmadan sadece *sayı örnekleri* vermişlerdir (f=7). Şekil 9'da Ö41'in tam sayıları model temsili görülmektedir. Öğrenci bu temsilde tam sayıları sadece sayı doğrusu üzerinde $-\infty, +\infty$ ve 0'ı işaretleyerek göstermiş ve sayı doğrusu üzerindeki gerçel sayıları da dahil etmiştir. Ayrıca sonsuz gösteriminin işareti ve yeri yanlış gösterildiği için öğrencinin bu ifadesi kabul edilmeyen temsil kategorisinde yer almıştır.



Şekil 9. Ö41'in tam sayıların kabul edilmeyen model temsili

Tam sayılarla ilgili verilen cevapların kabul edilen matematiksel temsillerinde öğrenciler tam sayıları negatif ve pozitif tam sayı ifadelerini kullanarak(Z^- ve Z^+)(f=13), Z sembolü ile (f=12) ve negatif ve pozitif tam sayılara 0'ı dahil ederek($Z^+ + Z^- + \{0\}$) (f=3) şeklinde ifade etmişlerdir. Kabul edilmeyen temsillerde ise öğrenciler tam sayıları gerçel sayılarla karıştırarak,$-\infty, +\infty$ *arasındaki sayılar* (f=2) ve model kullanarak sayı doğrusu üzerinde *sıfır noktası, sıfırın sağındaki pozitif, solundaki negatif sayılar* (f=1) olarak ifade etmişlerdir. Şekil 10'da Ö5'in tam sayıları matematiksel temsili görülmektedir. Öğrenci bu temsilde tam sayıları "*Bir sıfır noktası olan (nötr sayı) sayı doğrusunun, sıfırın sağında kalan sayılar* $(+\infty)$ *pozitif, solunda kalanlar negatiftir* $(-\infty)$" şeklinde sözel temsil olarak ifade ettiği için kabul edilmeyen temsil kategorisinde yer almıştır.



Şekil 10. Ö5'in tam sayıların kabul edilmeyen matematiksel temsili

3.2. Rasyonel Sayılar

Öğrencilerin rasyonel sayılar kümesi ile ilgili sözel, model ve matematiksel temsil temalarında ortaya çıkan kategoriler ve alt kategoriler Tablo 6'da verilmiştir.

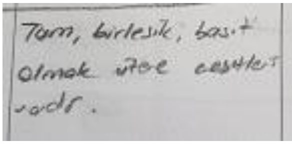
Tablo 6. Rasyonel sayılarla ilgili sözel, model ve matematiksel temsiller

		f	%
Sözel Temsil	***Kabul edilen***	**f**	**%**
	Pay ve payda ile ifade edilen sayılar	11	18
	Bir bütünün parçalarını ifade etmekte kullanılan sayılar	5	8,2
	Tam ve tam olmayan sayıların kesirle ifadesi	3	4,9
	Payı paydasına tam olarak bölünemeyen sayılar	3	4,9
	Bir sayının diğer sayıya oranı; bölme	3	4,9
	Kabul edilmeyen	**f**	**%**
	Çeşitleri: tam, bileşik, basit	7	11,5
	$\frac{x}{y}$	4	6,6
	Çeşitleri ikiye ayrılır	2	3,3
	Birbirine bölünebilme	2	3,3
	Bir nesnenin veya olayın tam, yarım, çeyrek olması	1	1,6
	Tam olanı ifade etmeyen bölünmüş sayılar	1	1,6
	Bir sayıyı daha küçük hale getirme	1	1,6
Boş		14	22,9

Tablo 6'nın devamı

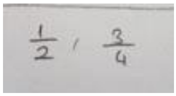
			f	%
Model Temsil		***Kabul edilen***	**f**	**%**
	Daire-Kare Modeli	$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$'ü daire veya kare modeli ile ifade etme	11	18
	Sayı Doğrusu	Sayı doğrusunda $-\frac{5}{3}$, 0, $\frac{2}{1}$, $\frac{10}{4}$ gösterimi	2	3,3
		Sayı doğrusunda 0 ile 1 arasında bir nokta gösterme	1	1,6
		Kabul edilmeyen	**f**	**%**
		$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \ldots$	21	34,4
		$\frac{x}{y}$	3	4,9
		% 8	1	1,6
		Pay/payda	1	1,6
		Ekmek modeli (eşit olmayan parçalar)	1	1,6
	Boş		14	22,9
Matematiksel Temsil		***Kabul edilen***	**f**	**%**
		$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \ldots$	19	31,1
		$\frac{a}{b}$	5	8,2
		1,25	2	3,3
		Kabul edilmeyen	**f**	**%**
		$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$	6	9,8
		Bir bütünü parçalara ayırma	2	3,3
		Pay ve paydası bulunan sayılar	1	1,6
		Sayı doğrusunda $0,1,\frac{1}{2}$ gibi yanlış sıra ile gösterme	1	1,6
	Boş		20	32,8

Kabul edilen sözel temsillerde öğrenciler rasyonel sayıları sıklıkla *pay ve payda ile ifade edilen sayılar* (f=11*)* ve *bir bütünün parçalarını ifade etmekte kullanılan sayılar* (f=5) olarak açıklamışlardır. Kabul edilmeyen sözel temsillerinde ise öğrencilerin sıklıkla *kesirlerin çeşitlerini (tam, bileşik, basit kesir) (f=7)* ve sözel temsil kullanmadan $\frac{x}{y}$ *olarak* (f=4) ifade etmişlerdir. Şekil 11'de Ö6'nın rasyonel sayıları kesir çeşitleriyle ifade ettiği kabul edilmeyen sözel temsili verilmiştir. 14 öğrenci rasyonel sayıların sözel temsiliyle ilgili kısmı boş bırakmıştır.



Şekil 11. Ö6'nın rasyonel sayıların kabul edilmeyen sözel temsili

Model ile temsil temasının kabul edilen kategorisinde "daire-kare modeli" ve "sayı doğrusu" alt kategorileri belirlenmiştir. Öğrenciler daire-kare modeli alt kategorisinde rasyonel sayıları, $\frac{1}{2}$ *ya da* $\frac{1}{3}$'i *daire veya kare modeli* ile ifade etmişlerdir (f=11). Sayı doğrusu alt kategorisinde ise sayı doğrusu üzerinde rasyonel sayı örnekleri işaretlemişlerdir (f=2). Öğrenciler kabul edilmeyen kategorisinde sıklıkla model kullanmadan rasyonel sayılar için $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ gibi örnekler vermişlerdir (f=21). Şekil 12'de Ö33'ün rasyonel sayıları model temsiline verdiği yanıt görülmektedir. Öğrencinin ifadesi matematiksel temsil olarak kabul edildiğinden model temsili kabul edilmeyen kategorisinde yer almıştır. 14 öğrenci ise rasyonel sayıların model temsili ile ilgili kısmı boş bırakmıştır.



Şekil 12. Ö33'ün rasyonel sayıların kabul edilmeyen model temsili

Öğrencilerin rasyonel sayılarla ilgili kabul edilen matematiksel temsillerinde öğrenciler sıklıkla $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ gibi örneklerle (f=19) ve $\frac{a}{b}$ ifadesiyle (f=5*)* rasyonel sayıları açıklamışlardır. Kabul edilmeyen temsillerde ise kesirlerde toplama işlemi örnekleri ($\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ gibi) (f=6) vermişlerdir. Önemli sayıda öğrenci (f=20) ise rasyonel sayıların matematiksel temsili ile ilgili kısmı boş bırakmıştır.

3.3. İrrasyonel Sayılar

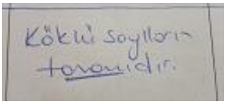
Öğrencilerin irrasyonel sayılar kümesi ile ilgili sözel, model ve matematiksel temsil temalarında ortaya çıkan kategoriler ve alt kategoriler Tablo 7'de verilmiştir.

Öğrencilerin, irrasyonel sayılarla ilgili ifadeleri incelendiğinde, sözel temsil temasının kabul edilen kategorisinde sıklıkla irrasyonel sayıları diğer sayı kümeleriyle ilişkilendirerek *rasyonel olmayan sayılar* (f=20) ve *kökten çıkamayan sayılar* (f=4) olarak belirtmişlerdir. Kabul edilmeyen kategorisinde ise irrasyonel sayıların *gerçel sayıların dışında kalan/gerçek olmayan sayılar* (f=5) olduğunu ifade etmişlerdir. Şekil 13'te Ö49'un irrasyonel sayıları sözel temsili görülmektedir. Öğrenci bu ifadesinde irrasyonel

Tablo 7. İrrasyonel sayılarla ilgili sözel, model ve matematiksel temsiller

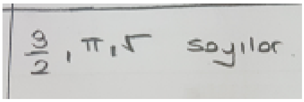
			f	%
Sözel Temsil		***Kabul edilen***	**f**	**%**
		Rasyonel olmayan sayılar	20	32,8
		Kökten çıkamayan sayılar	4	6,5
		Tam değeri olmayan sayılar	3	4,9
		Kesirli olmayan gerçek sayılar	1	1,6
		Oransız sayılar	1	1,6
		Kabul edilmeyen	**f**	**%**
		Gerçel sayıların dışında kalan / gerçek olmayan sayılar	5	8,2
		Köklü sayıların tamamı	2	3,3
		Payı ve paydası tamsayı olmayan sayılar	1	1,6
		i sembolü ile ifade edilen sayılar	1	1,6
	Boş		21	27,9
Model Temsil		***Kabul edilen***	**f**	**%**
	Venn Şeması	Venn şeması içinde iç içe sırasıyla N, Z, R ve dışında I gösterimi	2	3,3
		Kabul edilmeyen	**f**	**%**
		$\sqrt{2}$,$\sqrt{3}$	8	13,1
		π	5	8,2
		$\frac{9}{2}$, $\frac{3}{5}$	2	3,3
		62,3	1	1,6
		$\frac{x}{y}$	1	1,6
		R olmayan	1	1,6
		Venn şemasında E evrensel küme içinde irrasyonel sayılar rasyonel sayıları kapsar	1	1,6
		IR	1	1,6
	Boş		39	63,9
Matematiksel Temsil		***Kabul edilen***	**f**	**%**
		$\sqrt{7}$	14	22,9
		π	9	14,8
		e	2	3,3
		IR	2	3,3
		Kabul edilmeyen	**f**	**%**
		i	5	8,2
		3,14	3	4,9
		$\frac{69}{2}$	1	1,6
		$\sqrt{-1}$	1	1,6
		Q	1	1,6
	Boş		28	45,9

sayıları "Köklü sayıların tamamıdır" şeklinde ifade etmiştir. Fakat tüm köklü sayılar irrasyonel sayı değildir. Bu nedenle öğrencinin ifadesi kabul edilmeyen kategorisinde ele alınmıştır. 21 öğrenci irrasyonel sayıların sözel temsili ile ilgili bölümü boş bırakmıştır.



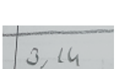
Şekil 13. Ö49'un irrasyonel sayıların kabul edilmeyen sözel temsili

Model ile temsil temasının kabul edilen kategorisinde belirlenen kodlar "Venn şeması" alt kategorisinde toplanmıştır. Bu alt kategoride çok az sayıda öğrenci sayı sistemlerini Venn şeması içinde iç içe sırasıyla *N, Z, R ve dışında I* ile göstermiştir (f=2). Bu temanın kabul edilmeyen kategorisinde ise öğrenciler model kullanmadan sıklıkla *köklü ifadelerle* (f=8) ve *π sembolünü* (f=5) kullanarak irrasyonel sayıları açıklamışlardır. Şekil 14'te Ö51 model ifadesinde $\frac{3}{2}, \pi$ sayılarını yazarak model kullanmadan sayı örnekleriyle irrasyonel sayıları açıklamıştır. Ayrıca bu örneklerde $\frac{3}{2}$ irrasyonel sayı değildir. Öğrenci bir de kök sembolü kullanarak köklü ifadeleri irrasyonel sayı olarak ifade etmek istemiştir. Bu nedenle öğrencinin ifadesi kabul edilmeyen kategorisinde ele alınmıştır. İrrasyonel sayıların model temsilinde en dikkat çeken durum öğrencilerin yarısından fazlasının (f=39) bu kısmı boş bırakmasıdır.



Şekil 14. Ö51'in irrasyonel sayıların kabul edilmeyen model temsili

Matematiksel temsil temasının kabul edilen kategorisinde öğrenciler sıklıkla *köklü sayılar ($\sqrt{7}$ gibi)* (f=14) ve *π* (f=9) sembolüyle nadiren de *e sembolüyle* (f=2)ve *IR sembolüyle* (f=2) irrasyonel sayıları ifade etmişlerdir. Kabul edilmeyen kategorisinde ise *i sembolü* (f=5)*, 3,14 sayısı (f=3)* ve rasyonel sayı örneği $\left(\frac{69}{2}\right)$ *(f=1)* ifadeleri kullanılmıştır. Şekil 15'te Ö4'ün irrasyonel sayıları matematiksel temsili verilmiştir. Öğrenci bu temsilinde 3,14 ondalık sayısını irrasyonel sayı olarak belirtmiştir. Öğrenci bu ifadesinde π sayısının karşılığı olarak 3,14 sayısını düşünmüş olabilir. Fakat 3,14 sayısı irrasyonel sayı değildir. Bu nedenle öğrencinin ifadesi kabul edilmeyen kategorisinde ele alınmıştır. Model temasında olduğu gibi öğrencilerin hemen hemen yarısı (f=28) matematiksel temsil bölümünü boş bırakmıştır.



Şekil 15. Ö4'ün irrasyonel sayıların kabul edilmeyen matematiksel temsili

3.4. Gerçel Sayılar

Öğrencilerin gerçel sayılar kümesi ile ilgili sözel, model ve matematiksel temsil temalarında ortaya çıkan kategoriler ve alt kategoriler Tablo 8'de verilmiştir.

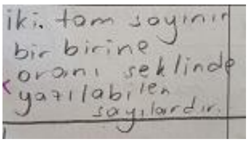
Tablo 8. Gerçel sayılarla ilgili sözel, model ve matematiksel temsiller

			f	%
Sözel Temsil		***Kabul edilen***	**f**	**%**
		Bütün sayıları kapsayan sayılar	17	27,9
		Reel sayılar	14	22,9
		Rasyonel ve irrasyonel sayıları kapsayan sayılar	6	9,8
		Rasyonel sayılar, tam sayılar, doğal sayıları kapsayan sayılar	2	3,3
		Tam sayılar ve doğal sayıları kapsayan sayılar	1	1,6
		Sayı doğrusundaki her nokta	1	1,6
		Kabul edilmeyen	**f**	**%**
		R	5	8,2
		İki tam sayının birbirine oranı şeklinde yazılan sayılar	5	8,2
		Rasyonel sayılar	2	3,3
		İrrasyonel sayılar	1	1,6
		Q	1	1,6
		$\left\{\frac{1}{2}, \sqrt{4}, 5, \ldots\right\}$	1	1,6
	Boş		8	13,1
Model Temsil		***Kabul edilen***	**f**	**%**
	Sayı doğrusu	$-\infty, 0, +\infty$	5	8,2
		0; 1; 1,2 gösterimi	3	4,9
	Venn Şeması	R ile gösterilen Venn şeması	2	3,3
		Venn şeması içinde içten dışa N, Z, Q, R gösterimi	1	1,6
		Venn şeması ile içten dışa N ve R, ayrı küme IR gösterimi	1	1,6
		Venn şeması içinde içten dışa N, Z, Q, R ve ayrı küme IR gösterimi	1	1,6
		Kabul edilmeyen	**f**	**%**
		$\frac{2}{3}$	11	18
		R	6	9,8
		π, -1, 4, $\sqrt{4}$	4	6,5
		$N \subset Z \subset Q$	2	3,3
		$R = Q \cup I$	2	3,3
		Venn şemasında içten dışa Z+, N, R gösterimi	2	3,3
		$R \subset N \subset Z$	2	3,3
		Venn şemasında rasyonel ve irrasyonel sayıların kesişim gösterimi	1	1,6
		$(-\infty, +\infty)$	1	1,6
	Boş		15	24,6

Tablo 8'in devamı

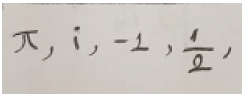
Matematiksel Temsil	***Kabul edilen***	**f**	**%**
	R	14	22,9
	$R = Q \cup Q'$	2	3,3
	$N \subset Z \subset Q$	1	1,6
	$\{a: -\infty < a < \infty\}$	1	1,6
	$\frac{5}{6}, \sqrt{4}, -1$	1	1,6
	Kabul edilmeyen	**f**	**%**
	Reel sayılar	4	6,6
	$\pi, i \subset Q$	2	3,3
	$\{R: -\infty, \infty\}$	2	3,3
	İki tam sayının birbirine oranı şeklinde yazılabilen sayılar	1	1,6
	İrrasyonel ve rasyonel sayıları kapsayan sayılar	1	1,6
	Rasyonel sayılar kümesini kapsayan sayılar	1	1,6
	Tüm sayıları kapsayan sayılar	1	1,6
	Gerçel sayılar ⊃ Tamsayılar	1	1,6
Boş		22	36

Öğrencilerin sözel temsilleri incelendiğinde, kabul edilen kategorisinde gerçel sayıları, sıklıkla *bütün sayıları kapsayan sayılar* (f=17), *eş anlamlısı olan reel sayılar* (f=14), *rasyonel ve irrasyonel sayıları kapsayan sayılar* (f=6) olarak ifade etmişlerdir. Sözel temsil temasının kabul edilmeyen kategorisinde ise öğrenciler gerçel sayıları sıklıkla sözel olarak ifade etmeyip *R sembolüyle* (f=5) ve *iki tam sayının birbirine oranı şeklinde yazılan sayılar olarak* (f=5) belirtmişlerdir. Şekil 16'da Ö5'in gerçel sayıları sözel temsili verilmiştir. Öğrenci bu ifadesinde gerçel sayıları *iki tam sayının birbirine oranı şeklinde yazılabilen sayılardır* şeklinde açıklamıştır. Fakat bu ifade gerçel sayıları karşılamamaktadır. Bu nedenle öğrencinin cevabı kabul edilmeyen kategorisinde ele alınmıştır.



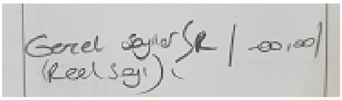
Şekil 16. Ö5'in gerçel sayıların kabul edilmeyen sözel temsili

Model ile temsil temasının kabul edilen kategorisinde belirlenen kodlar "sayı doğrusu" ve "Venn şeması" alt kategorilerinde toplanmıştır. Sayı doğrusu alt kategorisinde *sayı doğrusu üzerinde* $-\infty, 0, +\infty$ *işaretleyen* (f=5) ve *0; 1; 1,2* gibi sayı örnekleri (f=3) veren öğrenciler belirlenmiştir. Venn şeması alt kategorisinde *R ile gösterilen Venn şeması* (f=2) ve *Venn şeması içinde içten dışa N, Z, Q, R gösterimi* (f=1) gibi cevaplar belirlenmiştir. Model ile temsil temasının kabul edilmeyen kategorisinde ise öğrenciler $\frac{2}{3}$ gibi rasyonel sayı örnekleri vermişler (f=11), model temsili kullanmadan *R sembolü* kullanmışlar (f=6), *π, -1, 4,* $\sqrt{4}$ gibi sayı örnekleri (f=4) vermişlerdir. Şekil 17'de Ö4'ün gerçel sayıları model temsili için verdiği cevap görülmektedir. Öğrenci bu cevabında model temsili kullanmamış ve yanlış bir temsil olarak karmaşık sayı sembolü olan i'yi kullanmıştır. Bu nedenle öğrencinin ifadesi kabul edilmeyen kategorisinde ele alınmıştır. 15 öğrenci gerçel sayıların model temsili ile ilgili bölümü boş bırakmıştır.



Şekil 17. Ö4'in gerçel sayıların kabul edilmeyen model temsili

Öğrencilerin matematiksel temsillerinin kabul edilen kategorisinde, gerçel sayıları sıklıkla *R sembolüyle (f=14)* ifade etmişlerdir. Matematiksel temsillerin kabul edilmeyen kategorisinde ise sözel olarak temsil edilen *reel sayılar* (f=4), $\pi, i \subset Q$ (f=2) ve $\{R: -\infty, +\infty\}$ *(f=2)* gibi ifadeler belirlenmiştir. Şekil 18'de Ö44'ün gerçel sayıların matematiksel temsili için verdiği cevap bulunmaktadır. Öğrenci bu cevabında gerçel sayılar için sözel olarak reel sayı ifadesini ve $\{R|-\infty, \infty\}$ gibi hatalı bir ifade kullanmıştır. Bu nedenle öğrencinin cevabı kabul edilmeyen kategorisindedir. Çok sayıda öğrenci (f=22) gerçel sayıların matematiksel temsilleri ile ilgili kısmı boş bırakmıştır.



Şekil 18. Ö44'ün gerçel sayıların kabul edilmeyen matematiksel temsili

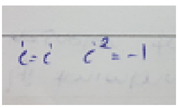
3.5. Karmaşık Sayılar

Öğrencilerin karmaşık sayılar kümesi ile ilgili sözel, model ve matematiksel temsil temalarında ortaya çıkan kategoriler ve alt kategoriler Tablo 9'da verilmiştir.

Öğrencilerin kabul edilen sözel temsillerinde karmaşık sayıları sıklıkla *sanal / imajiner ve reel kısımdan oluşan sayılar* (f=15), *i harfi ile ifade edilen sayılar* (f=7) ve *içinde negatif sayı olan köklü ifadeler* (f=5) olarak açıkladıkları belirlenmiştir. Kabul edilmeyen sözel temsillerinde ise $\sqrt{-1} = i;\ i^2 = -1$ (f=3), $z = a + bi$ (f=1) gibi sembolik ifadeler ve *reel ve irrasyonel sayılar* (f=2) ifadesi ortaya çıkmıştır. Şekil 19'da Ö47'nin karmaşık sayılarla ilgili sözel temsili görülmektedir. Bu ifade sözel temsil olmadığı için kabul edilmeyen kategorisinde değerlendirilmiştir. Karmaşık sayıların sözel temsilleri ile ilgili kısmı ise 10 öğrenci boş bırakmıştır.

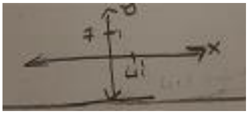
Tablo 9. Karmaşık sayılarla ilgili sözel, model ve matematiksel temsiller

Sözel Temsil		***Kabul edilen***	**f**	**%**
		Sanal / imajiner ve reel kısımdan oluşan sayılar	15	24,6
		"i" harfi ile ifade edilen sayılar	7	11,5
		İçinde negatif sayı olan köklü ifadeler	5	8,2
		Reel sayıların kapsamadığı sayılar	1	1,6
		İmajiner sayılar	1	1,6
		Kabul edilmeyen	**f**	**%**
		$\sqrt{-1}=i;\ i^2=-1$	3	4,9
		Reel ve irrasyonel sayılar	2	3,3
		z= a+bi	1	1,6
	Boş		26	16,4
Model Temsil	Koordinat Düzlemi	***Kabul edilen***	**f**	**%**
		z= a+bi gösterimi	10	16,4
		Reel ve sanal koordinatların gösterimi	1	1,6
		Kabul edilmeyen	**f**	**%**
		$i;\ i^2=-1;\ i^3, \sqrt{-1}$= -i, $\sqrt{-1}$ = 4i; $\sqrt{-4i^2}$ = 2i; $\sqrt{-1}$	17	27,9
		Koordinat düzleminde yanlış reel ve sanal gösterimi	6	9,8
		$z=a+ib$	4	6,6
		5i: 5 gerçek kısım, i sanal kısım	1	1,6
		$a+bi \subset R$	1	1,6
	Boş		13	21,3
Matematiksel Temsil		***Kabul edilen***	**f**	**%**
		$i^2=-1, i^4=1, \sqrt{-7}-7i$	20	32,8
		$z=a+bi$	20	32,8
		z	3	4,9
		Re(Z), Im(Z)	2	3,3
		$\lvert Z \rvert$	1	1,6
		$Cis360^0$	1	1,6
		Kabul edilmeyen	**f**	**%**
		Reel sayılar kümesini içine alan reel ve sanal kısma sahip olan sayılar	1	1,6
		Tüm sayıların kapsamı	1	1,6
	Boş		12	16,4



Şekil 19. Ö47'nin karmaşık sayıların kabul edilmeyen sözel temsili

Model ile temsil temasının kabul edilen kategorisinde belirlenen kodlar, "koordinat düzlemi" alt kategorisinde toplanmıştır. Öğrenciler bu alt kategoride sıklıkla koordinat düzlemi üzerinde *z = a+bi* ifadesini (f=10) göstermişlerdir. Kabul edilmeyen kategorisinde ise *i; i^2 = -1; i^3 = -i;* $\sqrt{-16}$= *4i,* $\sqrt{-4i^2}$ = *2i;* $\sqrt{-1}$ *örnekleri* (f=17), *koordinat düzleminde yanlış reel ve sanal gösterimler* (f=6) ve $z = a + bi$ *sembolik ifadesi* (f=4) belirlenmiştir. Şekil 20'de Ö48'in karmaşık sayıları model temsili görülmektedir. Öğrenci model temsili kullanmıştır, fakat koordinat düzleminde karmaşık sayıları hatalı ifade etmiştir. Bu nedenle öğrencinin ifadesi kabul edilmeyen kategorisinde ele alınmıştır. Karmaşık sayıların model temsili ile ilgili kısmı 13 öğrenci boş bırakmıştır.



Şekil 20. Ö48'in karmaşık sayıların kabul edilmeyen model temsili

Matematiksel temsil temasının kabul edilen kategorisinde öğrenciler sıklıkla $i^2 = -1$, $i^4 = 1, \sqrt{-7} = 7i$ *örneklerini* (f=20) ve $z = a + bi$ (f=20) ifadesini kullanmışlardır. Kabul edilmeyen temsillerde ise öğrenciler, sözel olarak karmaşık sayıları *reel sayılar kümesini içine alan reel ve sanal kısma sahip olan sayılar* (f=1) ve *tüm sayıların kapsamı* (f=1) olarak ifade etmişlerdir. Karmaşık sayıların matematiksel temsili ile ilgili kısmı 10 öğrenci boş bırakmıştır.

4. Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Çalışmanın amacına yönelik elde edilen bulgular sözel, model ve matematiksel temsillerine göre her bir sayı kümesi için ayrı ayrı ele alınmış ve katılımcıların bu sayı kümeleriyle ilgili kabul edilen ve kabul edilmeyen ifadeleri çerçevesinde tartışılmıştır. Kabul edilmeyen ifadelerin tartışılmasına ağırlık verilmiştir.

Sayma sayılarına ilişkin bulgular incelendiğinde, dikkate değer oranda (%15) kabul edilmeyen sözel, model ve matematiksel temsillerde, sayma sayılarının 1'den 10'a kadar ifade edildiği görülmüştür. Bu ifadeler istenilen temsille tutarlı olsa da kavramsal olarak hatalıdır. Bu sonuç, sayma sayılarının 1'den 10'a kadar olan doğal sayılar olarak algılandığı şeklinde yorumlanabilir. Ayrıca, sayma sayıları kümesinin günlük hayattan örnek resimler çizilerek veya Venn şeması içinde nesnelerin gösterimi yapılarak açıklanmaya çalışılması, katılımcıların sayma sayıları kümesini sayma eylemi ile ilişkilendirdiklerini düşündürmektedir. Bu durum sayma sayıları ve doğal sayıların öğretiminde küme kavramının kullanılmasından kaynaklanabilir. Baykul'un (2016) belirttiği gibi sayma sayıları ve doğal sayılar kümesinin tanımlanmasında somut nesnelerle birebir eşleştirme yapılarak öğretim uygundur. Bu da katılımcıların önceki öğrenmelerinde bu tür deneyimler yaşadıklarını işaret etmektedir.

Doğal sayılara ilişkin bulgular incelendiğinde, katılımcıların bazılarının sözel ve matematiksel temsillerinde, doğal sayıların rakamlardan oluştuğunu düşündükleri belirlenmiştir. Ayrıca, sözel temsillerinde doğal sayıları tam sayılarla ilişkilendirerek (ör: negatif olmayan sayılar) açıklama eğiliminde oldukları görülmektedir.

Öğrencilerin çoğunlukla sayma sayıları için 1'den başlayan sonsuza giden sayılar ve doğal sayılar için de 0'dan başlayıp sonsuza giden sayılar ifadelerini kullanmaları, sayma sayılarını 1'den, doğal sayıları da 0'dan büyük olan tüm sayılar olarak gördüklerini düşündürmektedir. Bunun nedeni öğrencilerin önceki öğrenmelerinde sayma sayıları ve doğal sayıları bu şekilde tanımlamalarından kaynaklanıyor olabilir. Bu durum Temel ve Eroğlu'nun (2014) 8. sınıf öğrencileri ile yaptıkları çalışmanın bulgularıyla benzerlik göstermektedir. Bu çalışmada da öğrencilerin çoğunluğu doğal sayıları 0 ve 0'dan büyük sayılar olarak ifade etmişlerdir. Sayma sayıları ve doğal sayılara ilişkin ortak bir bulguda, katılımcıların matematiksel temsillerinde $[0, \infty)$ ve "negatif ve pozitif sonsuz arasındaki sayılar" olarak ifade etmeleri, onların gerçel sayı kavramları ile ilgili problem yaşadıklarını düşündürmektedir. Bunun nedeni olarak, katılımcıların sayı kümelerine dair var olan bilgilerini birbirinin yerine kullanma eğiliminde oldukları söylenebilir. Bu sonuç Baştürk'ün (2015) 8. Sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmanın bulgularıyla paralellik göstermektedir. Baştürk'ün (2015) çalışmasında da öğrencilerin çoğu verilen aralıktaki doğal, tam, rasyonel ya da gerçel sayıların kaç tane olduklarını belirlemede zorluk çekmişlerdir.

Tam sayılara ilişkin bulgular incelendiğinde, katılımcıların tam sayıları doğal sayılar ve sayma sayıları ile ilişkilendirerek tanımlamaya çalıştıkları görülmüştür. Bu sonuç, Levenson'un (2012) da belirttiği gibi öğrenciler bir sayı kümesini tanımlarken önceden öğrendiği ve aşina olduğu sayı kümelerine ait tanımlamaları kullanırlar fikrini desteklemektedir. Ayrıca, tam sayıların model ile ifadesinde katılımcılardan bazılarının tam sayıların negatif ve pozitif olmasına odaklanıp "– sonsuz" ve "+ sonsuz" arasındaki tüm sayıların tam sayı olduğunu düşünerek ifade ettikleri; belirttikleri aralığın gerçel sayıları da kapsadığını göz ardı ettikleri belirlenmiştir.

Rasyonel sayılara ilişkin bulgular incelendiğinde; katılımcıların kesirli ifadeler ile rasyonel sayıları birbirinden ayıramadıkları görülmüştür. Üç temsil türünde de kesirlerle ilgili ifadeler kullandıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin sözel temsillerinde pay ve paydaya vurgu yapmaları, model temsillerinde daire veya kare modeliyle rasyonel sayıları ifade etmeleri, matematiksel temsillerinde de $\frac{a}{b}$ sembolünü sıklıkla kullanmaları rasyonel sayıları kesir temsiliyle ilişkilendirdiklerini göstermektedir. Bu durum, Temel ve Eroğlu'nun (2014) yürüttüğü çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin kesir çizgisiyle gösterilen her sayının rasyonel sayı olması gerektiği, kesir çizgisi ile ifade edilmeyen sayıların ise rasyonel sayı olarak düşünülemeyeceği sonucunu desteklemektedir. Öğrencilerin rasyonel sayıları kesir temsiliyle ilişkilendirme eğiliminde olduklarını göstermektedir. Aynı durum Toluk-Uçar'ın (2016) çalışmasında öğretmen adaylarının rasyonel sayıları genellikle kesir ve tam sayı ile ilişkilendirmesiyle benzerlik göstermektedir.

Az sayıda öğrenci (%18) rasyonel sayılarla ilgili olarak model temsillerinde daire veya kare modeli kullanmış ya da rasyonel sayıları sayı doğrusunda göstermişlerdir. Daha fazla sayıda öğrenci (%34,4) ise bu temsil türünde $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ gibi örnekler vererek ya da $\frac{a}{b}$ sembolünü kullanarak rasyonel sayıları ifade etme eğilimindedir. Bu durum öğrencilerin cebirsel ifadelere daha fazla yönelme eğiliminde olduklarını göstermektedir. Bunun nedeni olarak, öğrencilerin ortaokul ve lise dönemlerinde rasyonel sayıların çoğunlukla cebirsel (sembolik) gösterimlerini kullanmalarına ve diğer temsil biçimlerine yeterince yer verilmemesi düşünülebilir. Benzer şekilde, Gürbüz ve Birgin'in (2008) 6, 7 ve 8. sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmada da, öğrencilerin rasyonel sayılarla ilgili olarak cebirsel ifadeleri diğer temsil biçimlerinden daha fazla kullanma eğilimde oldukları belirlenmiştir.

Rasyonel sayıların model temsillerinde katılımcıların büyük çoğunluğu (%77) rasyonel sayıların model temsili kısmını boş bırakmış ya da kabul edilmeyen yanıtlar vermişlerdir. Model temsilleri kabul edilen katılımcıların çok az bir kısmı rasyonel sayıları sayı doğrusu üzerinde gösterme eğiliminde olmuştur. Bu durum katılımcıların rasyonel sayıların model ile temsilinde özellikle de sayı doğrusu üzerindeki gösterimlerinde sorunlar yaşamalarından ya da rasyonel sayıları sayı olarak algılamayıp sayı doğrusu üzerinde yeri olmadığını düşünmelerinden kaynaklanabilir. Derslerde rasyonel sayıların farklı anlamlarına yeterince değinilmemesi ve parça-bütün anlamına daha fazla odaklanılmasının öğrencilerin bu tür güçlükler yaşamasının nedeni olarak gösterilmektedir (Lamon, 2007; Mack, 1995). Bu çalışmada da öğrenciler model temsillerinde parça-bütün ilişkisine daha çok odaklanıp, sayı doğrusu modelini çok az kullanmışlardır.

İrrasyonel sayılara ilişkin bulgular incelendiğinde, katılımcıların irrasyonel sayıları gerçel sayıların dışında kalan sayılar olarak gördükleri belirlenmiştir. Bu durumun öğrencilerin irrasyonel sayılar ve gerçel sayılar arasındaki ilişkilerle ilgili yanılgılarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Benzer şekilde Ercire, Narlı ve Aksoy'un (2016) yaptıkları çalışmada da 8. ve 9. sınıfta öğrenim gören öğrencilerin irrasyonel olmayan sayıları gerçel sayı olarak kabul ettikleri, gerçel sayıların kesirli yazılabilmesi gerektiği gibi düşüncelere sahip oldukları belirlenmiştir.

Diğer taraftan katılımcıların bazılarının irrasyonel sayılar için $\frac{9}{2}, \frac{3}{5}$ ve $\frac{69}{2}$ gibi rasyonel sayı örnekleri vermeleri ve model temsillerinde Venn şeması içinde irrasyonel sayıları rasyonel sayıları kapsar şeklinde göstermeleri, onların rasyonel sayıları irrasyonel sayıların alt kümesi olarak gördüklerini düşündürmektedir. Ercire ve arkadaşlarının (2016) çalışmasında bazı irrasyonel sayıların aynı zamanda rasyonel sayı olduğunun katılımcılar tarafından belirtilmesi de aynı yanılgıya dikkat çekmektedir.

Diğer bir bulgu da katılımcıların rasyonel ve irrasyonel sayılara yönelik tanımlamalarının ve ifadelerinin eksik olmasıdır. Örneğin, katılımcımların büyük çoğunluğu irrasyonel sayıları rasyonel olmayan sayılar olarak tanımlamışlardır. Benzer bulgular, Ercire ve arkadaşlarının (2016) 8. ve 9. sınıf öğrencileriyle, Güler'in (2017) matematik öğretmenleriyle ve Güven ve arkadaşlarının (2011) da matematik öğretmeni adaylarıyla yaptıkları çalışmaların bulgularıyla benzerlik göstermektedir. Bu yanılgının katılımcıların rasyonel sayılara yönelik bilgi eksikliğinden kaynaklandığı düşünülebilir.

Ercire ve arkadaşlarının (2016) da açıkladığı gibi rasyonel sayı tanımında geçen paydanın 0'dan farklı olması gerekliliği öğrenciler tarafından yanlış yorumlanmaktadır. Bu nedenle örneğin 5/0 ifadesinin rasyonel sayı olamayacağı dolayısıyla irrasyonel olması gerektiği düşüncesi oluşabilir. Güler'in (2017) çalışmasında da katılımcılar irrasyonel sayıları rasyonel olmayan sayılar olarak tanımlamışlar ve rasyonel sayıların tanımını tam anlamıyla yapmadıkları için irrasyonel sayı tanımı eksik kabul edilmiştir. Güven ve arkadaşlarının (2011) çalışmasında da öğretmen adaylarının önceki öğrenmelerinden kaynaklanan irrasyonel ve rasyonel sayılarla ilgili yetersiz bilgileri bulunduğunu ifade etmişlerdir.

Bu çalışmada bazı katılımcıların, köklü sayıların tamamını irrasyonel sayı olarak düşündükleri görülmektedir. Bu düşünceye sahip olan katılımcılar sözel temsillerinde irrasyonel sayılar için "köklü sayıların tamamı" ifadesini kullanmışlardır. Bunun nedeni katılımcıların ilköğretim ve ortaöğretim döneminde gördükleri matematik derslerinde bu tür genellemelerle karşılaşmaları, irrasyonel sayıları öğrenirken aynı tür köklü ifadeye sahip irrasyonel sayı örnekleri görmeleri olabilir. Tespit edilen bu sonuç irrasyonel sayılarla ilgili yapılan benzer araştırmalarda da dikkat çekmektedir. Örneğin, Ercire ve arkadaşlarının (2016) araştırmalarında 8. ve 9. sınıf öğrencilerinden tam kare sayıların köklü ifadelerinin de irrasyonel sayı ifade edeceğini belirten öğrencilere rastlanmıştır. Güven ve arkadaşlarının (2011) ve Çiftçi ve arkadaşlarının (2015) çalışmalarında, katılımcıların bazılarının irrasyonel sayıların sadece köklü ifadelerden oluştuğunu ifade ettiklerini belirlemişlerdir. Toluk-Uçar'ın (2016) çalışmasında da yine öğretmen adayları irrasyonel sayıları kök temsili ile eşleştirmiştir.

İrrasyonel sayılarla ilgili elde edilen diğer bir dikkat çekici bulgu da katılımcılardan bazılarının 3,14, i ve $\sqrt{-1}$ gibi ifadeleri irrasyonel sayı olarak kabul etmeleridir. Katılımcılardan bazılarının 3,14 sayısını irrasyonel sayı olarak düşünmeleri, önceki öğrenmelerinde π sayısı yerine 3,14 sayısının kullanıldığı örneklere sıklıkla rastlamaları olabilir. Benzer şekilde Güler'in (2017), Güven ve arkadaşlarının (2011) ve Zazkis ve Sirotic'in (2010) yaptıkları çalışmalarda da $\frac{22}{7}$ rasyonel sayısı bazı öğretmen adayları tarafından irrasyonel bir sayı olarak belirtilmiştir. Her iki çalışmada da bu durumun $\frac{22}{7}$ rasyonel sayısının ortaokul ve lisede π sayısı yerine sıklıkla kullanılmasından kaynaklanabileceği belirtilmiştir. Bu çalışmada i ve $\sqrt{-1}$ sayılarının irrasyonel sayı olarak belirtilmesi irrasyonel sayıların aynı zamanda gerçel sayı olduğunun katılımcılar tarafından bilinmemesi ya da bu sayıların gerçel sayı olarak düşünülmesinden kaynaklanabilir. Güven ve arkadaşlarının (2011) çalışmasında da i ve $\sqrt{-1}$sayılarını irrasyonel sayı olarak kabul eden öğretmen adaylarıyla karşılaşılmıştır.

Katılımcıların yarısından fazlası (% 63,9) irrasyonel sayıların model temsili kısmını boş bırakmıştır. Cevap verenlerin küçük bir kısmı (%3,3) kabul edilebilir yanıt vererek Venn şeması içerisinde sayı kümeleri arasındaki ilişkileri belirtmiştir. Katılımcılardan hiçbiri irrasyonel sayıların sayı doğrusu üzerindeki yerini belirlemeye çalışmamıştır. Bu durum irrasyonel sayıların sayı doğrusu üzerinde gösterilebileceği ile ilgili eksik bilgilerinden ya da yanılgılarından kaynaklanabilir. Benzer bulgular farklı gruplarla çalışılan araştırmalarda da dikkat çeken bir sonuç olarak ortaya çıkmıştır (Ercire ve ark., 2016; Güler, 2017; Güven ve ark., 2011; Zazkis & Sirotic, 2010). Bu çalışmalarda da katılımcılardan bazıları ya irrasyonel sayıların sayı doğrusu üzerinde gösterilemeyeceğini düşünmüş ya da verilen irrasyonel sayıların sayı doğrusu üzerindeki yerlerini belirlemede zorluk yaşamış veya hiç başarılı olamamışlardır.

Gerçel sayılara ilişkin bulgular incelendiğinde, katılımcıların model temsilleri, gerçel sayıların sadece rasyonel ve irrasyonel sayılardan oluştuğunu düşündürmektedir. Rasyonel sayılar kümesinin diğer sayı kümelerini kapsayıp kapsamadığı ile ilgili bilgilerine dair veri tespit edilememektedir.

Karmaşık sayılara ilişkin bulgular incelendiğinde, öğrencilerin model temsillerinde zorlandıkları görülmektedir. Katılımcıların küçük bir kısmı (%18) karmaşık sayıları koordinat düzleminde doğru göstermiştir. Diğer katılımcılar ise model temsil kısmını boş bırakmış, kabul edilmeyen ifadeler kullanmış ya da karmaşık sayıları bu kısımda sembollerle ifade etmeye çalışmışlardır. Bu durum Turanlı, Keçeli ve Türker'in (2007) ortaöğretim ikinci sınıf öğrencileriyle yaptıkları çalışmasında da dikkat çekici bir durum olarak ortaya çıkmıştır. Turanlı ve arkadaşları (2007) da çalışmalarında katılımcılardan çoğunun karmaşık sayıların koordinat düzleminde gösteriminde hatalar yaptıklarını belirlemişlerdir. Katılımcıların düşük oranlarda karmaşık sayılarla ilgili doğru ifadeler kullandıkları belirlenmiştir. Bu sayı kümesinin sanal ve reel olmak üzere iki eksenden oluşan koordinat sistemi üzerinde ifade edilmesi nedeniyle diğer sayı kümelerinden ayrı düşündükleri yanıtlarında açıkça görülmektedir. Aksine karmaşık sayı kümesinde tanımlı her işlem diğer sayı kümeleri için de geçerlidir. Katılımcıların farklı liselerden yeni mezun olmuş öğrenciler olduğu düşünüldüğünde, bu durum, karmaşık sayılar kümesinin katılımcıların önceki öğrenmelerinde diğer sayı kümelerinden ayrı bir konu olarak öğretilmiş ya da katılımcılar tarafından bu şekilde anlaşılmış olması ile gerekçelendirilebilir. Verilen yanıtlar arasında ise sözel ve matematiksel temsillerde sanal ve reel kısma vurgu yapılmıştır. Model temsilinde ise koordinat sistemi üzerinde sanal ve reel eksen ifade edilmiştir.

Tüm bulgular incelendiğinde genel olarak, sınıf öğretmenliği öğrencilerinin, bir öğretmen adayı olarak, sayı kümeleri konusundaki hazırbulunuşluklarının düşük düzeyde olduğu görülmektedir. Bu sonuç, Baştürk ve Taştepe (2013) ve Adams'ın (1998) sınıf öğretmeni adaylarıyla yürüttüğü çalışmalarının bulgularıyla örtüşmektedir. Katılımcıların sayı kümelerini model ile temsil etmede zorlandıkları görülmektedir. Bu durumda olan katılımcılar sembol ile temsili model kısmında da kullanmışlardır. Katılımcıların, sözel temsillerinde doğal sayılar ve sayma sayılarını tanımlama eğiliminde oldukları, irrasyonel ve gerçel sayıları da diğer sayı kümeleriyle ilişkilendirme yaparak açıkladıkları görülmüştür. Bu da doğal sayılar ve sayma sayılarının öğrenme yaşantıları ve günlük yaşamlarında sıklıkla kullanılmasına bağlı olabilir. Benzer bulgular Toluk-Uçar'ın (2016) ortaokul matematik öğretmen adaylarıyla yaptığı çalışmasında da görülmektedir. Katılımcıların, ele alınan sayı kümeleri göz önünde bulundurulduğunda, sözel, model ve matematiksel temsilleri birbirlerinin yerine kullandıkları görülmüştür. Ayrıca, bu üç temsil türüne (sözel, model, matematiksel) verilen yanıtların istenilen temsili yansıtmadığı görülmektedir. Katılımcıların buna yönelmesinin gerekçesi olarak, farklı temsillere dair yeterli ve net fikirlerinin olmaması, bu nedenle de istenilen temsilin ne olduğuna bakmaksızın zihinlerindekini yazma eğiliminde olmaları düşünülmektedir.

Bu bulgular ışığında, sınıf öğretmenliği 1. sınıf öğrencilerinin sayı kümeleri konusundaki hazırbulunuşluklarının, her ne kadar öğretmen olduklarında bu konuları öğretiyor olmasalar dahi, matematiksel kavramlar bakımından yeterli bir temel sağlayamadığı, bu bağlamda Temel Matematik I ve II derslerinin içeriğinin detaylı bir şekilde ele alınmasının gerekli olduğu söylenebilir. Temel Matematik I ve Temel Matematik II derslerinde kavramların tanımlanmasında farklı ve çeşitli temsil (sözel, model ve/veya matematiksel) biçimlerinin kullanılması önerilebilir. Matematikteki temel kavramların farklı temsil biçimleriyle ifade edilerek zengin öğretim ortamlarının oluşturulmasıyla öğrencilerin var olan eksikliklerin giderileceği düşünülmektedir.

Her seviyedeki öğretim programlarının, öğretim etkinliklerinin ve uygulamaya konulan ders kitaplarının özellikle sayı kümeleriyle ilgili olarak farklı temsilleri göz önünde bulundurularak hazırlanması uygun görülmektedir. Rasyonel sayıların kesir ve ondalık temsillerinin yanısıra sayı doğrusu gibi model temsillerini kullanmanın öğrencilerin rasyonel sayılara yönelik kavrayışlarının gelişimine katkı sağlayacağı düşünülmektedir. İrrasyonel sayıların, rasyonel sayıların dışında kalan gerçel sayılar oldukları özellikle vurgulanmalıdır. İrrasyonel sayılar için verilen sayı örneklerinin neden irrasyonel sayı olup, rasyonel sayı olmadıkları üzerinde durulması gerekmektedir. İrrasyonel sayıların öğretim etkinliklerinde bu sayı kümesine ait olmayan ve alan yazında sıklıkla yer aldığı belirtilen öğrenci hatalarına örnekler verilip, bu sayıların neden irrasyonel sayı olmadıkları irdelenmelidir. Ayrıca irrasyonel sayıların farklı temsillerine de önem verip özellikle sayı doğrusu üzerindeki gösterimlerinin mutlaka öğrenciler tarafından anlaşılmasının sağlanması yerinde olacaktır. Bununla birlikte, sayı kümeleri arasındaki ilişkilere önem verilmesi gerekmektedir. Öğretim etkinliklerinde farklı sayı örnekleri üzerinde durularak bu sayıların hangi sayı kümelerine ait oldukları ve nedenleri tartışılmalıdır. Yine karmaşık sayıların öğretiminde model temsiline önem verilmesi uygun olacaktır. Bu sayıların koordinat düzlemindeki gösterimlerinin ayrıntılı olarak incelenmesi öğrencilerin sahip olabileceği hataların önlenmesi açısından önemlidir.

Öğretim etkinliklerinde doğal sayılar ve sayma sayılarıyla ilgili olarak ise yapılan tanımlamaların ne anlam ifade ettiği ve öğrencilerin bu tanımlardan ne anladıklarının incelenmesi gereklidir. Sayı kümelerinin matematiksel temsilleri için kullanılan sembollerin neyi ifade ettiği ayrıntılı olarak incelenmelidir. Bir sayı kümesi için kullanılan sembolün diğer sayı kümelerinde karşılığının olup olmadığı üzerinde durulmalıdır. Özellikle bir sayı kümesinde aralıkları belirten matematiksel temsillerin diğer sayı kümeleri için kullanımının uygunluğu sorgulanmadır.

Bu çalışmada yer alan sözel, model ve matematiksel temsillerine ek olarak “günlük hayat durumları”nı yansıtan temsilin eklenmesinin öğrencilerin sayı kümelerine ilişkin hazırbulunuşluklarının belirlenmesine katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Investigating the Readiness of Students in Primary Teacher Education Program through Verbal, Model, and Mathematical Representations of Number Sets

Extended Abstract

Introduction

This study aims to determine the readiness for number sets of freshmen enrolled in Primary Teacher Education Program. In line with this purpose, the students were asked to express counting numbers, natural numbers, whole numbers, rational numbers, irrational numbers, real numbers, and complex numbers with verbal, model, and mathematical representations.

Method

This study was designed as a survey study, which is a descriptive research model. A total of 61 students (55 females, 6 males) at Primary Teacher Education Program at Faculty of Education in a private university in the province of Ankara, Turkey participated in the study on a voluntary basis. A scale requiring students to express number sets with verbal, model, and mathematical representations was developed to collect the data. The scale was finalized by the researchers of the study who are experts in mathematics education (See Table 1). The students' expressions of three representations (verbal, model, and mathematical) were analyzed using the content analysis method. The verbal, model, and mathematical representations were considered as the themes. Following this stage, the codes obtained from the students' responses were gathered and the categories *accepted* and *nonaccepted* were created under each theme. The criteria for determining these categories were presented in Table 2. Completely correct or partially correct responses were addressed under the accepted representations. Partially correct responses were the representations which reflected the intended representation and were not incorrect; however, mathematically contained incomplete information.

Findings

In the accepted verbal representations of counting numbers, the students frequently expressed counting numbers as *the numbers starting from 1* (f=26), *the numbers going to infinity* (f=16) and *the numbers starting from 1 and going to infinity* (f=15). The *number line* and *figure* sub-categories were determined under the accepted model representations. In these model representations, the students frequently showed *the numbers marking from 1 to infinity on the number line* (f=18). Under the accepted mathematical representations category, the students frequently expressed the counting numbers with the N^+ symbol (f=9) and as *the numbers starting from 1 and going to infinity (1, 2, 3, 4,…)* (f=5).

In the accepted verbal representations of natural numbers, the majority of the students accepted that natural numbers *started from 0* (f=40). The students frequently expressed that natural numbers were *the numbers going to infinity* (f=28). The *number line, Venn diagram,* and *figure* sub-categories were determined under the accepted model representations. In the *number line* sub-category, the students mostly showed some natural numbers *on the number line* (f=29). In the accepted mathematical representations of natural numbers, it was determined that the majority of the students use the symbol *N* (f=23) and explain natural numbers using the *listing method* (f=19).

In the accepted verbal representations of whole numbers, while some of the students expressed the whole numbers as *the numbers starting from 0 and going to infinity in both positive and negative directions* (f=18), some expressed that *natural numbers were divided into two that were negative and positive whole numbers* (f=12). The *number line* and *Venn diagram* sub-categories were revealed under the accepted model representations. While some students showed natural numbers on the number line (f=12), some expressed whole numbers drawing a Venn diagram (f=2). In the accepted mathematical representations, the students expressed whole numbers using the negative and positive whole number symbols ($Z^-$and Z^+) (f=13), using the symbol Z (f=12), and including 0 in the negative and positive whole numbers ($Z^+ + Z^- + \{0\}$) (f=3).

In the accepted verbal representations of rational numbers, the students frequently expressed the rational numbers as *the numbers expressed with a numerator and denominator* (f=11) and *the numbers used to express parts of a whole* (f=5). In the accepted model representations, the *circle-square model* and *number line* sub-categories were determined. The students expressed the rational numbers $\frac{1}{2}$ or $\frac{1}{3}$ with *the circle or square model* in the circle-square model sub-category (f=11). The students frequently explained rational numbers with the examples such as $\frac{1}{2}$ or $\frac{3}{4}$ (f=19) and the expression $\frac{a}{b}$ (f=5).

In the accepted verbal representations of irrational numbers, the students frequently expressed irrational numbers as *the numbers that are not rational* (f=20) and *the numbers that cannot go out of the root* (f=4) by associating them with other number sets. The codes determined in the accepted model representation were gathered in the Venn diagram sub-category. In this sub-category, few students displayed number sets drawing a Venn diagram including *N*, *Z,* and *R* one within the other, and *I* outside (f=2). In the accepted mathematical representation, the students expressed irrational numbers with *square roots* ($\mathrm{e.g.}, \sqrt{7}$) (f=14) and the symbol π (f=9), and rarely with the symbols *e* (f=2) and *IR* (f=2).

In the accepted verbal presentations of real numbers, the students frequently expressed real numbers as *the numbers involving all numbers* (f=17), *the real numbers* (which is the synonym in Turkish) (f=14), and *the numbers involving rational and irrational numbers* (f=6). The codes determined in the accepted model representation were gathered in the *number line* and *Venn diagram* sub-categories. In the number line sub-category, some students marked$-\infty, 0, +\infty$ (f=5) and gave number samples such as *0; 1; 1,2* (f=3) *on the number line.* In the accepted mathematical representations the students frequently expressed real numbers with the symbol *R* (f=14).

In the accepted verbal representations of complex numbers, the students frequently expressed complex numbers as *the numbers consisting of imaginary and real parts* (f=15), *the numbers denoted with the letter I* (f=7), and *the root expressions containing a negative number* (f=5). The codes determined in the accepted model representation were gathered in the *coordinate plane* sub-category. In this sub-category, the students frequently showed the expression $z=a+bi$ on the coordinate plane (f=10). In the accepted mathematical representation theme, the students frequently used the $i^2 = -1, i^4 = 1,$ and $\sqrt{-7} = 7i$ examples (f=20) and the expression $z = a + bi$.

Conclusion and Discussion

When the findings of the study were considered, it was determined that the primary teacher education students, as pre-service teachers, have low level of readiness in the number sets. These results were corroborated by the results of the studies by Baştürk and Taştepe (2013) and Adams (1998) conducted with primary education pre-service teachers. The study showed that the participants had difficulties in representing number sets with models. These participants also used the representation with symbols as the model representation. It was revealed that the participants tend to describe natural and counting numbers in verbal representations, and explain irrational and real numbers associating them with other number sets. This result might stem from their frequent use of natural and counting numbers in their learning experiences and daily lives. Similar findings were also obtained in the study conducted by Toluk-Uçar (2016) with middle school pre-service mathematics teachers. Considering the number sets addressed in this study, the participants used the verbal, model, and mathematical representations interchangeably. In addition, the participants used the three representation types (verbal, model and mathematical) interchangeably when expressing the number sets.

These findings showed that the primary education freshmen' readiness in the number sets subject did not provide a sufficient basis for future learning and teaching of other mathematical concepts. In this regard, the contents of Fundamentals of Mathematics I and II courses should be revised in detail. The use of different and various representations (verbal, model and/or mathematical) in defining concepts in Fundamentals of Mathematics I and II courses can be suggested. Students' current deficiencies can be eliminated forming enriched teaching environments through expressing the basic concepts in mathematics with different representation forms.

Kaynaklar/References

Adams, T. L. (1998). Prospective elementary teachers' mathematics subject matter knowledge: The real number system. *Action in Teacher Education*, *20*(2), 35-48.

Baki, A. (1996). Okul matematiğinde ne öğretelim, nasıl öğretelim? *Matematik Dünyası*, *6*(3), 6-11.

Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (Genişletilmiş 4. basım). Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.

Başar, E. (2001). *Genel öğretim yöntemleri*. Samsun: Kardeşler Ofset Matbaa.

Baştürk, S. (2015). Sekizinci sınıf öğrencilerinin sayı ve sayı kümeleriyle ilgili kavrayışlarının incelenmesi. *Elektronik Eğitim Bilimleri Dergisi*, *4*(8), 128-147.

Baştürk, S. ve Taştepe, M. (2013, Kasım). *Öğretmen adaylarının sayı kümeleri kavramlarının incelenmesi.* International Symposium on Changes and New Trends in Education'da sunulan bildiri, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.

Baykul, Y. (2016). *İlköğretimde matematik öğretimi (1-5. sınıflar).* Ankara: Pegem Akademi.

Bloom, B. (1995). *İnsan nitelikleri ve okulda öğrenme* (D. A. Özçelik, Çev.). Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2013). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Pegem Akademi.

Cramer, K., & Henry, A. (2002). Using manipulative models to build number sense for addition of fractions. In *National council of teachers of mathematics 2002 yearbook: Making sense of fractions, ratios, and proportions* (pp. 41-48). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Çiftçi, Z., Akgün, I. ve Soylu, Y. (2015). Matematik öğretmeni adaylarının irrasyonel sayılarla ilgili anlayışları. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD*), *16*(1), 341-356.

Ercire, Y. E., Narlı, S. ve Aksoy, E. (2016). İrrasyonel sayı kümesinin rasyonel ve gerçek sayı kümeleriyle olan ilişkisine yönelik öğrenme güçlükleri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 7*(2), 417-439

Güler, G. (2017). Matematik öğretmenlerinin irrasyonel sayılara yönelik kavram bilgilerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Qualitative Inquiry (TOJQI), 8*(2), 186-215.

Güler, G., Kar, T. ve Işık, C. (2012, Haziran). *Matematik öğretmeni adaylarının irrasyonel ve reel sayılar arasındaki ilişkiyi belirleyebilmeleri üzerine nitel bir çalışma.* X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulan bildiri, Niğde Üniversitesi, Niğde.

Gürbüz, R. ve Birgin, O. (2008). Farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin rasyonel sayıların farklı gösterim şekilleriyle işlem yapma becerilerinin karşılaştırılması. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *23*(23), 85-94.

Güven, B., Çekmez, E., & Karataş, I. (2011). Examining preservice elementary mathematics teachers' understandings about irrational numbers. *PRIMUS*, *21*(5), 401-416.

Janvier, C. (1987). Representation and understanding: The notion of functions as an example. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 67-72). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

Kara, F. ve Delice, A. (2012, Haziran). *Kavram tanımı mı? Yoksa kavram imgeleri mi? İrrasyonel sayıların temsilleri.* 10. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulan bildiri, Niğde Üniversitesi, Niğde.

Karasar, N. (2005). *Bilimsel araştırma yöntemi* (15. baskı). Ankara: Nobel Yayıncılık.

Kubar, A., & Çakıroğlu, E. (2017). Prospective teachers' knowledge on middle school students' possible descriptions of integers. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, *5*(4), 279-294.

Lamon, J. S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In F. K. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629-668). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and translation among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 33–40). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Levenson, E. (2012). Teachers' knowledge of the nature of definitions: The case of the zero exponent. *The Journal of Mathematical Behavior*, *31*, 209–219.

Mack, N. (1995). Confounding whole-number and fraction concept when building on informal knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education, 26*(5), 422-441.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2015). *İlkokul matematik dersi (1., 2., 3. ve 4. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi.

Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Özdeş, H. ve Kesici, A. E. (2015). 9. sınıf öğrencilerinin doğal sayılar konusundaki hata ve kavram yanılgıları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *23*(3), 1277-1292.

Patton, M. Q. (2002). Two decades of developments in qualitative inquiry a personal, experiential perspective. *Qualitative Social Work*, *1*(3), 261-283.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, *77*(1), 20-26.

Temel, H. ve Eroğlu, A. O. (2014). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin sayı kavramlarını anlamlandırmaları üzerine bir çalışma. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *22*(3), 1263-1278.

Toluk-Uçar, Z. (2016). Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının reel sayıları kavrayışlarında temsillerin rolü. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *24*(3), 1149-1164.

Turanlı, N., Keçeli, V. ve Türker, N. K. (2007). Ortaöğretim ikinci sınıf öğrencilerinin karmaşık sayılara yönelik tutumları ile karmasık sayılar konusundaki kavram yanılgıları ve ortak hataları. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Eğitimi Dergisi, 9*(2), 135-149.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (7th ed.). Boston, MA: Allyn & Bacon.

Yapıcı, M. (2004). İlköğretim 1. sınıfa başlayan öğrencilerin hazırbulunuşluk düzeyleri. *Uluslararası İnsan Bilimleri Dergisi, 1*(1), 1-8.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (8. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Zazkis, R., & Sirotic, N. (2010). Representing and defining irrational numbers: Exposing the missing link. *CBMS Issues in Mathematics Education*, *16*, 1-27.